

Gegen die Spitze befahrene Ausweichen*).

Eine Erörterung

von

M. M. von Weber.

Gegen das Ende der Fünfziger-Jahre machte sich unter den Eisenbahnbetriebs-Technikern ziemlich allgemein eine Meinungsstimmung geltend, dahin gehend:

„Das Befahren der Ausweichen, in der Richtung gegen die Spitzen der Zungen, sei mit Unsicherheit verknüpft.“

Früher war dem Gegenstande wenig Aufmerksamkeit geschenkt worden, wie denn weder die Eisenbahnpolizei-Reglements der verschiedenen Länder, noch auch die früheren „Vereinbarungen für die Gestaltung der Eisenbahnen Deutschlands“**) hierauf abzielende Bestimmungen enthalten.

Den ersten bestimmten Ausdruck erhielt diese Anschauung in den Beschlüssen der grossen Commission***), welche sich 1858 in Frankreich, im Auftrage des Ministers für öffentliche Arbeiten, mit den Mitteln zur Erhöhung der Sicherheit des Eisenbahnbetriebes zu beschäftigen hatte.

In den von dieser Commission aus ihren Ermittlungen gezogenen Schlussfolgerungen heisst es pag. XLVI:

„Quand aux conditions de securité à imposer aux compagnies sur les ch. d. f. à deux voies, il importe que les aiguilles ne se présentent j'amaïs en pointe.“

„Il serait important que le mecanisme des aiguilles fut complété par un signal indiquant quelle est la voie ouverte, et que ce signal fut, autant que possible, solidaire avec les aiguilles.“

„La commission émet le voeu, que cette mesure soit imposé aux compagnies †).“

(Was die Sicherungsvorschriften anlangt, welche den Gesellschaften für zweigeleisige Bahnen zu geben sein dürften, wäre es wichtig, darauf zu dringen, dass die Weichen nicht gegen die Spitze befahren würden.

Es wäre ferner wichtig, den Mechanismus der Weichen durch eine Signalvorrichtung vervollständigen zu lassen, die, so weit möglich, automatisch mit ersterem verbunden, angäbe, welches Geleise der Fahrt offen steht.

Die Commission spricht den Wunsch aus, dass diese Maassnahme den Gesellschaften vorgeschrieben werden möge.“)

Es erfolgte hierauf der Ministerial-Erlass vom 29. November 1858 ††), in dem es heisst:

„Conditions generales réglant la construction et l'exploitation des gares. Aucune aiguille à contre pointe ne sera placée, sous aucun pretexte, dans les voies principales (d. ch. d. f. a double voie).“

*) Abschnitt aus dem demnächst erscheinenden Werke des Verfassers: „Kritische Darstellung des gesamten Eisenbahnbetriebes“.

**) 1850. §. 106—114 dieser angezogenen Vereinbarungen behandeln die Verhältnisse der Ausweichen.

***) Enquête sur les Moyens d'assurer la regularité et la sureté de l'Exploit. d. Ch. d. f. par Ordre du Ministre des Travaux publics 1858. Imprim. Imperiale (Folio).

†) Die Uebersetzung der Citate in fremder Sprache ist denselben in Klammern angefügt.

††) Decision ministerielle du 29 Novembre 1858.

(Allgemeine Vorschriften für den Bau und den Betrieb der Stationen.

Unter keiner Bedingung dürfen gegen die Spitze zu befahrende Weichen in Hauptgeleise eingelegt werden. [Der Bahnen mit zwei Geleisen.])

Diese Weisung ist in Frankreich mit der Rigorosität durchgeführt worden, welche die dortige Form der Eisenbahnpolizei und Eisenbahn-Oberaufsicht bedingt. Diese schematische Rigorosität, welche die Verhältnisse der grossen Bahnen mit sehr schneller Betriebsbewegung auch auf Linien ganz anderer Betriebsverhältnisse überträgt, hat zu grossem Nachtheil in der Construction, und zur Abschwächung der Manipulations-Tüchtigkeit vieler Stationen geführt, bei deren Betriebsform das Befahren der Weichen gegen die Spitze (das sich doch bei allen eingeleisigen Bahnen, deren Länge in Frankreich circa 60% der Gesamtlänge aller Bahnen ausmacht, a priori nicht vermeiden lässt) mit keinerlei Gefahr verknüpft sein würde.

In England hat man erst fast zehn Jahre später die Aufmerksamkeit der Behörde auf den Gegenstand durch Vorschriften dargethan*).

In den: „Instructions of the Board of Trade with reference to Railway Comp. to open line of railways“, heisst es unter B. 6.

„No facing points to be put in, except on single lines, or in exceptional cases. In all cases in which facing points are necessarily employed, and in which they are not interlocked with signals, a special signal to be attached to them to indicate their condition to the driver of an approaching train, showing not only whether they are set in the proper direction, but also whether they are completely turned over in that direction, and are in close contact with the standard rail.“

(Vorschriften des Handels-Ministeriums in Bezug auf die Eröffnung der Bahnen. „Gegen die Spitze befahrene Weichen sind nur auf eingeleisigen Bahnen und in Ausnahmefällen einzulegen. In allen Fällen, wo sie nothwendig angewendet werden müssen, und nicht mit Deckungssignalen in automatischer Beziehung stehen, ist ein besonderes Signal mit denselben in Verbindung zu bringen, welches dem Führer eines herannahenden Zuges nicht allein die richtige Stellung der Weiche, sondern auch deren dichten Anschluss an die Fahrchiene kundgibt.)

Die Vorschrift zeugt von dem objectiven Sinne der Regierungsorgane, von denen sie ausging.

Sie untersagt zwar „principiell“ die Einlegung von spitzen zu befahrenden Weichen, gibt aber der Ausnahme für die Praxis breiten Spielraum, indem sie dieselben da nicht apodictisch ausschliesst: „wo sie nothwendig angewendet werden müssen“, und endlich gleich die Mittel angibt, wie, durch geeignete Verbindung der Weichen mit den Signalen, die Gefährlichkeit der Anlage compensirt werden könne.

In der That hat sich die englische Staats-Eisenbahn-Oberaufsicht, den zwingenden Motiven gegenüber, welche

*) Vorschriften des englischen Handels-Ministeriums für die Revisionen der Bahnen vor deren Eröffnung 31. und 32. Victoria 1868 Juli.

die Bahnverwaltungen für die unumgängliche Nothwendigkeit der Anlage „spitzbefahrener“ Weichen vorbrachten, genöthigt gesehen, die Ausnahme weit über die Regel herrschen zu lassen.

Diese Nothwendigkeiten vermehrten sich und wurden unabweislicher mit dem Engerwerden der Maschen des Eisenbahnnetzes, der Zahl der erforderlichen Einmündungen von Bahnen in einander, der steigenden Dichte der Verkehre, der rascheren Aufeinanderfolge der Züge und der Abnahme der Zeiträume, welche für das Ueberholen der Züge auf Stationen zuzulassen sind. Sie erreichten aber ihren Gipfelpunct mit der Anlage dritter und vierter Fahrgeleise auf sehr frequenten Strecken, da die Communication der bisherigen Fahrgeleise mit diesen, deren Zweck die Erleichterung, Beschleunigung und Sicherung der Ueberholungen ist, nur durch Weichen ermöglicht werden konnte, die ein rasches, aufenthaltloses Einfahren in die mehrfachen Geleise gestatteten. Dies konnten aber natürlich keine anderen als „spitzbefahrene“ sein.

Die Toleranz wurde so stark, dass es im Jahre 1875, nach den „Blue-Books“ des Parlaments*), 26.329 Weichen auf englischen Bahnen gab, die gegen die Spitze befahren wurden.

Man begann auch immer weniger Werth auf Durchführung der Maassnahmen zu legen, je zuverlässiger sich die Reciprok-Verschluss-Apparate („Interlocking-Apparatus“), die Vorkehrungen, durch welche die Stellung des Signals, welches die Ein- oder Durchfahrt gestattet, auf mechanischem Wege, unfehlbar vom richtigen Stande der zugehörigen Weichen abhängig gemacht wird, zeigten.

Wohl aber drangen die Regierungs-Inspectoren unablässig auf Anbringung solcher Apparate an Weichen dieser Gattung, ohne der Neuanlage spitzbefahrener Weichen fernerhin ein wesentliches Hinderniss in den Weg zu legen.

So kam es, dass die Anzahl der spitzbefahrenen Weichen in Grossbritannien zwar von 1872—1875 von 20.666 auf 26.329 steigen konnte, aber es waren im ersteren Jahre nur 32%, im letzteren schon 54% dieser Weichen mit „Reciprok-Verschluss-Apparaten“ versehen.

Die resumirende Aeussderung des Regierungs-Inspectors über die, durch spitzbefahrene Weichen herbeigeführten, Unfälle, lautet seit einer Reihe von Jahren fast gleichförmig:

„The accidents at facing points are almost all caused, more or less, by the mistakes or forgetfulness of servants, but such mistakes may, in a great measure, be prevented or neutralized by the employment of suitable appliances including interlocking apparatus.“

(Die an spitzbefahrenen Weichen vorkommenden Unfälle werden, mehr oder weniger, fast alle, seitens ihrer Bediener, durch Fehlgriffe oder Vergesslichkeiten, die zum grossen Theile durch zweckmässige Vorkehrungen, zu denen auch die „Reciprok-Verschluss-Apparate“ gehören, verhindert und abgewendet werden können, herbeigeführt.)

Indem die Inspectoren demnach den allergrössten

Theil der durch Spitzweichen erzeugten Unfälle als durch Unvorsichtigkeit und Fehler in ihrer Bedienung hervorgerufen bezeichnen, dringen sie auf allgemeine Anwendung der Apparate, welche diese Unvorsichtigkeiten und Fehler der Bedienungs-Personale unmöglich machen, als sicheres Mittel gegen die Gefahren, welche aus dem Befahren der Weichen gegen die Spitze entstehen können.

Das Bahnpolizei-Reglement für die Eisenbahnen im Norddeutschen Bunde*) vom Jahre 1868 sagt §. 3:

„Es sind Vorkehrungen zu treffen, dass die Stellungen derjenigen Weichen, welche ausserhalb der Bahnhöfe liegen, in einer Entfernung von 300^m zu erkennen sind.“

Und die „Grundzüge für die Gestaltung der Haupteisenbahnen Deutschlands“**), 1871, sagen §. 54 d:

„Von den Zwischenstationen müssen die folgenden vier Bedingungen erfüllt werden: (a, b, c, d, dass die Züge möglichst wenig Weichen gegen die Spitze befahren.“

Die von der preussischen Regierung im Jahre 1873 berufene Commission „zur Berathung der zur Erhöhung der Sicherheit im Eisenbahnbetriebe zu ergreifenden Maassnahmen“ äussert sich auf die deshalb vorgelegte Frage:

Es sei zu empfehlen:

„1. Die Beseitigung der spitzbefahrenen Weichen aus den Hauptgeleisen, beziehentlich die thunlichste Beschränkung derselben auf die zur Handhabung eines rationellen Betriebes unumgänglich nöthige Anzahl;

2. die obligatorische Einführung einer geeigneten Sicherung der Einfahrtsweichen bei allen Bahnhöfen einleisiger Bahnen, und der spitzbefahrenen End-Weichen bei den Bahnhöfen zweigeleisiger Bahnen. Die Sicherung habe im Wesentlichen in einer solchen Verbindung des Einfahrts-Signales mit den betreffenden Weichen zu bestehen, dass das Einfahrts-Signal nur bei der für den einlaufenden Zug angeordneten Stellung der Weichen gegeben werden könne.“

In keiner dieser englischen und deutschen Verordnungen und Auslassungen ist

- a) von apodictischem Verbote der spitzbefahrenen Weichen die Rede; vielmehr
- b) geben dieselben breite Fügigkeit für die motivirte Anwendung derselben; nur
- c) unter der Bedingung, dass, durch mechanische Verbindung der Weichen mit den Deckungs-Signal-Apparaten, es unmöglich gemacht werde, das Signal derselben, welches die Ein- oder Durchfahrt verbietet, in das Erlaubniss-Signal zu verwandeln, ehe nicht die für die Ein- oder beziehentlich Durchfahrt der Züge erforderlichen Weichen die hiefür nöthige, richtige Stellung erhalten haben.

*) Bahnpolizei-Reglement im Norddeutschen Bunde vom Jahre 1868.

**) Grundzüge für die Gestaltung der Haupteisenbahnen Deutschlands 1871.

*) Returns &c. relative to the Interlocking and Concentration of Signal- and Pointlevers. London 1875.

In neuester Zeit macht sich nun eine weitere und von den hervorragendsten Betriebs-Autoritäten unterstützte Gegenströmung gegen die Strenge der Vermeidung spitzbefahrener Weichen unter den Eisenbahnbetriebs-Technikern geltend.

Man fragt sich mit mehr Präcision als früher:

1. Welcher Art sind die Gefahren, welche aus dem Spitzbefahren der Weichen entstehen können?
2. Durch welche Mittel lassen sich dieselben beseitigen oder wesentlich abmindern?
3. Welche Vortheile gewährt das Bestehenbleiben dieser Weichen?
4. Welche Nachtheile verknüpfen sich mit Beseitigung derselben?

Ad 1.

Die Gefahren, welche mit dem Spitzbefahren der Weichen verknüpft sind, beruhen auf der Möglichkeit, dass:

- a) entweder ein ganzer Zug in ein falsches Geleis gerathen kann, wenn die Stellung der Spitzweiche nicht eine dem vorgeschriebenen Laufe des Zugs entsprechende war; oder
- b) dass Theile eines Zuges in verschiedene Geleise abgelenkt werden können.

Beide Vorkommnisse, von denen das erstere Zusammenstöße und andere Unfälle im Gefolge haben kann, während durch das zweite meist Umstürzen von Wagen, Ausgleisungen und sonstige Störungen hervorgerufen werden, können sich nur ereignen:

- a) wenn der Mechanismus der Weiche seinen Dienst durch Schadhaftheit versagt, oder nicht correct functionirt (z. B. feste Körper, Eis etc. den dichten Anschluss der Zungen an die Fahrschiene verhindern);
- β) wenn in der Bedienung der Weichen Irrthümer begangen werden;
- γ) wenn die Stellung der Weiche nicht in Uebereinstimmung mit der Kundgebung des Einfahrts-Signals ist;
- δ) wenn der Locomotivführer das Signal, welches die Stellung der Weichen oder den Abschluss der Station oder der Einfahrt kundgibt, nicht wahrnimmt; oder nicht respectirt.

Ad 2.

Diesen Eventualitäten zu begegnen, gibt die Technik derzeit fast unfehlbar wirkende Mittel an die Hand.

Was zunächst (α) das Schadhafwerden oder incorrecte Functioniren der spitzbefahrenen Weichenvorrichtungen selbst anbelangt, so ist das beste Mittel dagegen, dass man bei Anlage und Ausführung dieser Gattung von Vorkehrungen nicht kargt, ihnen die bewährtesten Constructionen, die kräftigsten Dimensionen, die solideste Lagerung gibt; sie aus den besten Materialien tüchtigst herstellt, und besonders durch die rationelle Anordnung der Theile das incorrecte Functioniren ihrer Hauptorgane, der Zungen, das meist in einem nicht dichten Anschlusse derselben an

die Fahrschienen besteht, verhindert. Hingegen haben sich alle Vorkehrungen, die, mit der Tendenz auf automatischem Wege diesen dichten Anschluss zu sichern, die Constructionen der Weichen complicirten, überall da, wo sie nicht gerade unter Pflege ihrer Erfinder standen, als nicht allein unzuverlässig, sondern sogar als Quellen neuer Unsicherheiten ausgewiesen.

Selbstverständlich ist der Erhaltung und Beobachtung dieser Weichen, ihrer Säuberung von Schnee, Eis und Unreinigkeiten besondere Aufmerksamkeit zu widmen, und ihre Situation ist, wenn irgend möglich, so zu wählen, dass sie sich im nächsten Gesichtskreise eines Bewachungsorgans der Bahn befinden.

Irrthümer in der Stellung der Weichen (β) werden niemals ganz zu verhindern sein, so lange Weichen von Menschen, die alle fehlbar sind, manipulirt werden.

Es gilt daher, eine (soweit überhaupt mechanische Apparate dies sein können) unfehlbare Vorrichtung mit den Weichen in Verbindung zu bringen, durch welche die Irrthümer ihrer Stellung unschädlich gemacht werden (γ). Die Construction einer solchen Vorrichtung muss dafür sorgen, dass es für den Weichensteller absolut unmöglich ist, das Signal zu geben, welches die Ein- oder Durchfahrt in die Station gestattet, so lange nicht sämtliche Weichen, welche der Zug auf seinem Wege zu durchlaufen hat, die richtige Stellung erhalten haben und dicht und betriebssicher an die Fahrschienen anschliessen *).

Diese Aufgabe ist durch zahlreiche Constructionen (unter denen wir hier nur die von Saxby und Farmer, Anderson et Comp, Baines, Rapier, Law und Cashin etc. in England; Rüppel, Scheffler, Jüdel, Frischen etc. in Deutschland; Vignier, Neville etc. in Frankreich theils erfundenen theils verbesserten, nennen) und von mehreren darunter, vor allen diejenigen von Saxby und Farmer, und Rüppel, mit einer Vollständigkeit gelöst, die kaum etwas zu wünschen übrig lässt. Durch die Anwendung dieser Vorkehrungen ist den spitzbefahrenen Weichen die ihnen specifische Gefährlichkeit genommen, es sei denn, dass (der oben unter δ aufgeführte Fall) die Nichtbeachtung der Signale durch den Locomotivführer eintrete. Gegen diesen gibt es ebenso wenig sichere Mittel als gegen Schlaf- und Trunksucht, momentanen Irrsinn und andere Schwächen des Menschengesistes überhaupt. Dank der Auswahl, welche für den Locomotivführer-Dienst unter den tauglichsten Männern getroffen wird, sind die Fälle solcher Verirrungen überhaupt äusserst selten und kaum in Rechnung zu ziehen.

Für die genügende Sicherung des Befahrens der Spitzweichen durch Reciprok-Verschluss-Apparate sprechen sich demnach aus:

die Beschlüsse der französischen Commission d'Enquête vom Jahre 1858;

*) Vide oben die Vorschriften des englischen Handels-Ministeriums etc. etc.

die Auslassungen der englischen Regierungs-Inspectoren in verschiedenen Jahrgängen der Berichte;

die königl. preuss. Commission zur Berathung von Maassnahmen für Sicherung des Eisenbahnbetriebs vom Jahre 1873;

die Bestimmungen des deutschen Bundes-Eisenbahn-Polizei-Reglements;

wie oben ausführlich mitgetheilt. Die Erfahrung hat gelehrt, dass zur Bedienung der Reciprok-Verschluss-Apparate, wenn die Anzahl der von einem Punkte aus zu bedienenden Weichen und Signale keine sehr grosse ist, vermöge der den gefährlichen Irrthum ausschliessenden Construction derselben, kaum ein intelligenteres Personal gehöre, als zur Bedienung gewöhnlicher Weichen. Sind aber, durch einen solchen Apparat, sehr viele Weichen und Signale in einer Hand gesammelt, so werden durch ihn so viele Weichensteller erspart, dass der ihn bedienende Mann weit besser bezahlt und daher einer höheren Bildungsclassen entnommen werden kann, als die gewöhnlichen Weichensteller. Leider ist von diesen wirksamen Vorrichtungen in Oesterreich noch nirgends Gebrauch gemacht worden, so zweckmässig, sichernd und ökonomisch ihre Anwendung auf manchen Punkten der frequenten Linien sich auch zeigen müsste.

Dagegen befanden sich dergleichen im Jahre 1875 auf englischen Bahnen 13.562 Stück, auf deutschen Bahnen circa 250 Stück.

Unter anderen sind spitzbefahrene Weichen in Deutschland durch solche Vorrichtungen gedeckt auf den Stationen der Bergisch-Märkischen, der Berlin-Potsdam-Magdeburger, der Magdeburg-Halberstädter, der Cöln-Mindener, der Rheinischen Bahn, der Sächsischen Staatsbahnen etc. und es fungiren dergleichen auf vielen Stationen der grossen Durchzugs-Linien, Eydkuhnen-Metz und Hamburg-Stettin-Berlin-Bodenbach etc.

Auch in Frankreich sind sie, nach französischen Constructionen, vielfach im Gebrauch.

Ad 3.

Die Vortheile, welche sich mit dem Vorhandensein spitzbefahrener Weichen verknüpfen, bestehen in günstiger Geleisvertheilung bei der Anlage und in Zeitersparniss bei der Manipulation der Stationen.

Das Vorhandensein solcher Weichen gestattet das Freihalten der Hauptgeleise der Stationen für den Verkehr durch das unmittelbare Ablenken der nicht für die Hauptgeleise bestimmten, und der zu überholenden Züge, auf die Geleise, in welche sie gehören, oder die sie zu passiren haben.

Die Zeit der Manipulationen des „Aus-dem-Wege-Fahrens“, des Ueberholens und Kreuzens der Züge wird daher auf ein Minimum abgekürzt und die Form der letzteren so viel wie möglich vereinfacht, da für das Beiseite- oder Vorbeifahren nur eine einzige Weiche zu bedienen ist. Darin liegt auch ein bedeutendes Element der Sicherheit dieser Anordnung.

Ad 4.

Wenn die Spitz einfahrt in die Stationen unbedingt beseitigt werden soll, was indess selbstverständlich bei ein-geleisigen Bahnen, und auch auf zweigeleisigen Bahnen, bei

Kopfstationen nicht möglich ist, so muss jeder Zug, der auf ein Nebengeleis, des Ausweichens, Ueberholens oder anderer Zwecke wegen, gebracht werden soll, die Station ganz passiren, auf offener Strecke halten, dann zurückstossen und in das Nebengeleis gedrückt werden.

Hierzu ist eine Serie von Signalverständigungen zwischen dem Stationspersonal, den Bremsern und dem Locomotivführer des Zuges erforderlich, deren fehlerloser Verlauf durchaus nicht zu gewährleisten ist. Auch hat die ganze Manipulation, da sie rückwärts, den gesammten Zug voraus, ausgeführt werden muss, in sehr langsamem Tempo zu geschehen.

Der Betriebspraktiker weiss, in welchem Maasse sich die Unsicherheiten der Manipulation des Durchfahrens einer Station, des Haltens vor derselben, dann des Zurückstossens nach derselben, und endlich des exacten Haltens auf derselben vermehren, wenn der betreffende Zug, wie z. B. die meisten Militärzüge, sehr lang und schwer, von zwei oder gar drei (zwei ziehenden und einer schiebenden) Maschinen bewegt, und (wie auch in Kriegszeiten häufig der Fall) mit Personal besetzt ist, das die Localverhältnisse nicht genau kennt. Ferner, wenn die Manipulation bei Glatteis oder Raufrost, wo die Bremsen nicht zuverlässig halten, bei Nacht, Schneegestöber, Sturm, Nebel vor sich gehen muss, wo Sicht- und Hörbarkeit der Signale sich fast auf Null reduciren.

Kommt nun hinzu, dass hinter einer solchen Station ein starkes Gefälle liegt, auf dem der Zug, bergab (bei Glatteis), gehalten und darauf wieder, aus der Ruhe, rückwärts in Gang gebracht werden muss, so kann es sich ereignen, dass dies gar nicht, oder doch nur nach Verlauf eines unverhältnissmässig langen Zeitraumes gelingt, so dass die ganze Bahn auf mehr oder weniger lange Zeit gesperrt bleibt.

Durch ein einziges solches Vorkommniss kann der gesammte Kreuzungsplan einer Bahn gestört und einer darauf basirten, militärischen Action eine gefährliche Verzögerung bereitet werden, deren Folgen gar nicht abzusehen sind.

Was daher, „vielleicht?“ an Betriebs-Sicherheit durch die Beseitigung der Spitzweichen gewonnen werden kann, geht sicher an Exactheit und Zuverlässigkeit der Manipulation wieder verloren, so andererseits Gefahren, selbst grösserer Bedeutung als das Befahren jener Weichen, erzeugend.

Jedenfalls macht die Beseitigung der Spitzweichen auf Bahnen, welche in unmittelbarer Nähe der Stationen Steigungen haben (wie alle Gebirgsbahnen), die Reduction aller Zuglängen auf ein solches Maass erforderlich, dass dadurch die Möglichkeit, sie, unter allen Witterungsverhältnissen, auf der Steigung und aus der Ruhe, bergan, in Bewegung bringen zu können, durchaus gewährleistet wird.

Eine solche Reduction der Zuglängen und Gewichte, die, vornehmlich auf den Gebirgsbahnen mit starken Ge-

fallen, eine sehr bedeutende sein würde, müsste aber militärischen Transporten, bei denen das Zusammenbleiben der taktischen Körper (Bataillone, Batterien, Schwadronen etc.) dringend wünschenswerth ist, grosse Erschwernisse verursachen *).

Räumliche Schwierigkeiten erzeugen sich durch Vermeidung der Spitzweichen, bei der Construction der Stationen, wenn man nicht jene bedenkliche Maassnahme treffen will (die, überall da, wo man sich zu ihr bewogen fand, ihre bedauerlichen Consequenzen, beim Steigen der Masse und Schnelligkeit der Verkehre, bereits geltend gemacht hat, oder noch geltend machen wird), rechts und links von den Hauptgeleisen Ausweichsgeleise anzulegen, und so Stränge zwischen die Aufnahmsgebäude und die auf den Hauptgeleisen haltenden Züge einzuschieben. Abgesehen von den bedeutenden, für das Publicum hieraus erwachsenden Unbequemlichkeiten des Ueberschreitenmüssens von Geleisen, Weichen und Kreuzungen (häufig noch dazu bei deckendem Schnee, Unwetter, schlechter Beleuchtung) wird dadurch der unzulässige Zustand hervorgerufen, dass Manipulationen aller Art auf Geleisen, welche mitten durch Räume und über Plätze, die für die Circulation des Publicums bestimmt sind, hinlaufen, in bedenklicher Art ausgeführt werden müssen und dass es bei militärischen Transporten vorkommen kann, dass Truppenzüge, durch Kilometer lange, rechts und links von ihnen stehende Wagenburgen, von den Verpflegungsräumen etc. abgeschnitten werden.

Die in allen diesen Beziehungen, besonders auch während der letzten Kriege, durch Vergleichung der Manipulations-Fähigkeiten und Zeiten auf deutschen und französischen Bahnen, gemachten Wahrnehmungen und Erfahrungen haben nun die oben erwähnte Reaction gegen die Anschauungen von der Gefährlichkeit der spitzbefahrenen Weichen hervorgerufen und die Bedenken als denselben mindestens ebenbürtig gezeigt, die gegen die Manipulation des Zurückstossens der Züge mit dem ganzen, wie oben dargestellten, Zubehör zu erheben sind.

Diese Reaction hat ihren gewichtigsten Ausdruck in den Beschlüssen der beiden Hauptversammlungen der Techniker des Vereines deutscher und österreichischer Eisenbahnverwaltungen zu Düsseldorf 1874 und zu Constanz 1876 **) erhalten.

*) Wenn trotzdem der grösste österreichische, unter einer Verwaltung stehende Bahncomplex, der die Linien mit den accidentirtesten Längenprofilen in Oesterreich umfasst, getreu den französischen Traditionen seiner Administration, die Maxime der Vermeidung des Weichenbefahrens gegen die Spitze, mit einigen Ausnahmen, durchgeführt hat, so bringt damit die Verwaltung der Bahn eben ein grosses Opfer, und zwar einem Principe, das natürlich, wie fast jedes andere, durchführbar ist, wenn der dafür erforderliche Aufwand verschiedener Art nicht in Betracht gezogen wird.
D. V.

**) Protokolle der Hauptversammlungen der Techniker des Vereines deutsch - österreichischer Eisenbahnverwaltungen zu Düsseldorf und Constanz 1874 und 1876.

Denselben wurde die Frage vorgelegt:

„Welche Resultate bietet die bisherige Erfahrung, um die Grösse der beiden Gefahren: Befahren der Weichen gegen die Spitzen, oder Zurücksetzen der der Züge,

gegen einander abwägen zu können, event. welche Erhebungen sind in dieser Richtung weiterhin erforderlich?“

Und beide Versammlungen beantworteten sie mit gleichlautender nachstehender Kundgebung:

„So weit die, theilweise sehr allgemein und unbestimmt gehaltenen Auslassungen der Verwaltungen, welche die Frage überhaupt beantwortet haben, eine präzise Folgerung zulassen, scheint man, bei frequenten Bahnen wenigstens,

der Construction und Bedienung der Weichen mehr zu vertrauen, als der Signalisirung und dem Manövriren zurückzusetzender Züge, das Befahren der Weichen gegen die Spitze also, unter gleichen Umständen, für sicherer zu halten, als das Zurücksetzen der zu überholenden Züge.“

Es darf nicht unerwähnt bleiben, dass unter den 17 deutschen und österreichischen Verwaltungen, welche die letztere Anschauung am lebhaftesten vertraten, sich vornehmlich auch die derjenigen Bahnen befanden, welche früher französische Bahnen theils jetzt noch betreiben, theils während der Occupation Frankreichs den deutschen Betrieb auf den französischen Bahnen leiteten und daher volle Gelegenheit hatten, über die verzögernden und störenden Einflüsse des stricte durchgeführten Systems der Vermeidung der Spitzweichen Erfahrungen zu sammeln und praktische Vergleichen zwischen diesem und dem deutschen Systeme anzustellen.

Diese Erfahrungen und Vergleichen haben jene Verwaltungen (darunter die der Elsass-Lothringischen, der Bergisch-Märkischen, der Rheinischen, Magdeburg-Halberstädter Bahnen etc.) zur Herbeiführung obigen Beschlusses mitwirken lassen.

Eine der maassgebendsten technischen Körperschaften der Welt, die Institution of Civil-Engineers zu London, schloss sich, in ihrer Majorität, den oben dargelegten Ansichten in ihren Discussionen über einen Vortrag von R. Ch. Rapier (Sitzung von 31. März 1874) an, der sich über den Gegenstand wie folgt äusserte:

„When railways began to be constructed for Passenger traffic, it was soon established, that there should be as few „facing points“ as possible.

„The importance of the „facing switch“ can be best appreciated by supposing a heavy mineral train travelling along a main line of railway, and an express train being nearly due, it is desirable, that the coal train should go into a siding and leave the main line clear for the fast train. — Now this can be done, either by means of a „backing out swich“, or by means of a „facing swich“. To clear the line by the „backing out swich“ the train, often a very long one, must go ahead its full length, till the

tail of the train clears the switch. The train must be brought then to a stand and next be put in motion again in an opposite direction, until the whole of the train is inside of the siding. It is obvious, that this is an operation, which requires much time, frequently ten minutes. In the other hand the „facing points“ allows the heavy train to clear the main line whilst still in motion and without stopping until it is out of way.“

„Now a main line of railway cannot be interfered with for ten minutes, unless protected by signal; and no protection can be considered complete, except by interlocking the switches with the signal.“

(„Als Eisenbahnen für den Personenverkehr construirt zu werden begannen, wurde bald der Grundsatz aufgestellt, dass sich so wenig spitzbefahrene Weichen in denselben befinden sollten als möglich.“

„Die Bedeutsamkeit der spitzbefahrenen Weichen kann aber am besten gewürdigt werden, wenn man sich den Fall denkt, dass ein auf einer Hauptbahn bewegter, schwerer Lastzug einen Expresszug, der ihn überholen soll, vorbeizulassen und sich zu diesem Zwecke in ein Nebengeleis zu begeben hat. Dies kann auf zweierlei Weise geschehen: entweder durch „Zurückstossweichen“ oder durch „spitzbefahrene Weichen.“

„Um das Manöver mit ersteren auszuführen, muss der Zug, der oft sehr lang und schwer ist, so weit vorgehen, dass er mit seinem Ende über die „Zurückstossweiche“ hinausgelaufen ist. Der Zug muss dann zum Stehen und dann wieder rückwärts in Bewegung gebracht werden, bis er in ganzer Länge in das Seitengeleis gedrückt ist.“

„Es ist selbstverständlich, dass diese Operation ziemlich lange Zeit erfordert, häufig bis zu zehn Minuten.“

„Im andern Falle gestattet die „spitzbefahrene Weiche“ dem Zuge direct in das Seitengeleis, ohne jede Unterbrechung seiner Bewegung, einzufahren, bis er völlig aus dem Wege ist.“

„Nun darf sich aber auf einer Hauptbahn niemals während zehn Minuten ein Fahrhinderniss im Geleise befinden, am wenigsten ohne durch ein Signal gedeckt zu sein.“

„Keine Deckung kann aber als ausreichend betrachtet werden, bei der nicht Weichen- und Signalstellung automatisch wechselseitig bedingt ist.“

Es entspricht diese, auch vom englischen Standpunkte aus motivirte Meinung, vollständig den im Vorstehenden gegebenen Anschauungen. Die Consequenz der neueren erfahrungsbegründeteren Beurtheilung der schwierigen Frage ist, dass weder in England noch in Deutschland der Neu- anlage von Spitzweichen von Seiten der Staatsoberaufsicht über Eisenbahnen ernstliche Hindernisse bereitet werden, aber dass man der Sicherung des Befahrens derselben grosse Aufmerksamkeit widmet, und besonders fast alle Stationen, auf denen sich spitzbefahrene Weichen befinden, mit den wirksamsten mechanischen Vorkehrungen ausgerüstet hat, um die Manipulationen auf ihnen so unbehindert, prompt, schnell und zuverlässig als möglich zu machen.

Wenn wir nun schliesslich einen vergleichenden Blick auf die verschiedenen Maasse der Sicherheit des Befahrens von Weichen überhaupt werfen wollen, welche durch die in verschiedenen Ländern angewandten Sicherungs- und Signalisirungs-Methoden erzielt werden, so bietet uns die nachstehende kleine Tabelle die Mittel hiezu *).

Unfälle,

welche bei fahrenden Zügen durch Mängel der Construction oder Handhabung der Weichen vorgekommen sind.

Land	Jahr	Bahnlänge Kilomtr.	Unfälle durch Weichen	Unfälle per 1000 Kilomtr. Bahnlänge
Preussen ...	1872	12.751	34	2.61
	1873	13.783	40	2.82
	1874	14.207	47	3.31
England ...	1873	25.600	60	2.36
	1874	26.320	30	1.14
	1875	26.656	51	1.91
Ver. Staaten von Amerika	1873	113.280	72	0.63
	1874	116.300	69	0.60
	1875	119.520	81	0.69

Wenn die Zahlen dieser Zusammenstellung ohne Weiteres der Kritik zu Grunde zu legen wären, so müsste die preussische, beziehentlich deutsche Methode der Sicherung des Weichenbefahrens als die wenigst zweckentsprechende unter denen der aufgeführten Länder beurtheilt werden.

Dies ist aber, zunächst wegen des verschiedenen Grades der Genauigkeit der statistischen Aufzeichnungen in den verschiedenen Ländern, sodann wegen der fundamentalen Abweichungen in der Betriebsform derselben nicht wohl thunlich.

Immerhin ist, alle diese Verhältnisse berücksichtigt, der schwerlich weit von der Wahrheit abgehende Schluss daraus zu ziehen: dass die betreffende deutsche Sicherungsmethode, mit ihrem gewaltigen, complicirten und kostspieligen Apparate von Weichen- und Deckungssignalen, Weichenstellerpersonalen, und theueren Weichenconstructions, mindestens keine genügenderen Resultate erzielt, als die englische und sogar auch als die amerikanische, mit ihren überaus einfachen Signaleinrichtungen und dem sehr allgemeinen Gebrauch der sogenannten „stumpfen Weiche“, die aus Sicherheitsrücksichten von deutschen Bahnen fast ganz verboten worden ist.

Schlussfolgerungen.

Zieht man nun die Schlussfolgerungen aus den vorstehend wiedergegebenen, in statistischen Daten, Behörden-erlassen, Gesetzen, Auslassungen von Fachcorporationen grösster Competenz etc. niedergelegten, in den Hauptländern der Eisenbahnentwicklung gesammelten Erfahrungen, und aus den, auf Grund derselben gebildeten Anschauungen, so erhält man Folgendes:

*) Leider geben die Statistiken zweier Haupt-Eisenbahnländer, Oesterreich und Frankreich, in den betreffenden Beziehungen keine Auskünfte.

1. Man soll im Hauptgeleise nicht mehr gegen die Spitze befahrene Ausweichen anlegen, als eine zweckmässige Betriebsführung unbedingt erfordert.

2. Dabei jedoch ist im Auge zu behalten, dass das Zurücksetzen der Züge, unter gleichen Verhältnissen, mit mehrfältigeren und complicirteren Gefährdungen verknüpft ist, als das Befahren der Weichen gegen die Spitze.

3. Die von letzteren erzeugten Gefahren lassen sich fast vollständig durch die erprobten Maassnahmen beseitigen (automatische Solidarität der Weichen- und Signalbewegung), welche, zu diesem Zwecke, seit langer Zeit und in grosser Anzahl in Ländern reifster Eisenbahnentwicklung im Gebrauche sind.

4. Die Anlage von Spitzweichen ist zwar, unter gleichen Verhältnissen, sicherer als das Zurückfahren der Züge, verliert aber jedes Bedenken unter Anwendung jener oben erwähnten Maassnahmen, deren Anwendung den Bahnverwaltungen, als wirksamer und wohlfeiler als jede andere Veranstaltung, für die Sicherung der Ein- und Durchfahrt in und durch Stationen und Bahnhöfe, überhaupt dringend zu empfehlen ist.

Theorie der Sprengwerke

von

J. Melan,

Assistent an der techn. Hochschule in Wien.

(Mit Zeichnungen auf Blatt Nr. 31.)

Sprengwerke finden im Brückenbaue, namentlich für Holzconstructions, eine nicht seltene Anwendung und es dürfte daher eine genauere Theorie derselben, die im Folgenden gegeben wird, nicht ohne Interesse sein.

Wir betrachten zunächst

I. Das Dreiecks-Sprengwerk.

Darunter wird ein Balken verstanden, der in der Mitte durch ein Strebenpaar unterstützt wird (Fig. 1). Wir betrachten aber damit gemeinschaftlich auch den durch ein Hängewerk armirten Balken (Fig. 2).

1. Näherungsweise Berechnung. Nimmt man die Stützpunkte A, C, B als unveränderlich in einer Horizontalen liegend an, so ist der Balken

AB nach dem in C auftretenden grössten Momente

$$M_1 = \frac{1}{8} q l^2 \quad \dots \dots \dots 1)$$

zu rechnen, wenn q die Last pro Längeneinheit bedeutet.

Der Druck in C bei totaler Belastung ist $D_1 = \frac{5}{4} q l$,

mithin der Druck in einer Strebe oder die Spannung einer Zugstange

$$\mathfrak{P} = \frac{D_1}{2 \sin \alpha} \quad \dots \dots \dots 2),$$

daraus wird bei der Inanspruchnahme K_1 der Querschnitt einer Zugstange

$$f = \frac{\mathfrak{P}}{K} = \frac{D_1}{2 K \sin \alpha} \quad \dots \dots \dots 3)$$

Diese Formel gibt auch die Querschnittsfläche einer Strebe, wenn sich deren kleinste Dicke bei hölzernen Streben mindestens zu $\frac{1}{15}$ der Länge ergibt. Bei grösserer Länge der Streben kommt die Knickfestigkeit zu berücksichtigen und es ist dann nach Winkler zu setzen

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{R} a b \cdot \frac{400 a^2}{l^2 + 400 a^2} \quad \dots \dots \dots 4),$$

wenn a die kleinere, b die grössere Querschnittsdimension bezeichnet. Setzt man

$$\mathfrak{R}' = \mathfrak{R} \frac{400 a^2}{l^2 + 400 a^2}, \text{ also } \mathfrak{P} = \mathfrak{R}' a b,$$

so ergibt sich, wenn man für Strassenbrücken $\mathfrak{R} = 100$, für provisorische Eisenbahnbrücken $\mathfrak{R} = 110^{\text{kg}}$ per □ Centimeter einführt,

für $l = 0-15, 20, 25, 30, 35 \cdot a$

Strassenbrücken $\mathfrak{R}' = 65, 50, 39, 31, 25$ } Kilogr. per
Eisenbahnbrücken $\mathfrak{R}' = 70, 55, 43, 34, 27$ } □ Centimeter

2. Genauere Berechnung. Auf Grundlage der so annähernd bestimmten Querschnittsdimensionen kann nun eine genauere Berechnung erfolgen. Es sei s die Senkung von C. Ist l_1 die Länge einer Strebe, so ist

$$l_1^2 = l^2 + h^2 \text{ und } 2 l_1 d l_1 = 2 l d l + 2 h d h,$$

also auch annähernd

$$l_1 \Delta l_1 = l \Delta l + h \Delta h,$$

mithin wenn die in Richtung der Kräfte auftretenden Längenänderungen als positiv genommen werden:

$$\Delta h = \frac{\Delta l_1}{l_1} \frac{l_1^2}{h} + \frac{\Delta l}{l} \cdot \frac{l^2}{h}.$$

Bezeichnen nun f die Querschnittsfläche des Streckbalkens, f_1 die des Zugbandes oder der Strebe, f_2 diejenige des verticalen Theiles CD, E, E_1, E_2 die bezüglichen Elasticitäts-Coëfficienten, so wird

$$s = \Delta h + \frac{D_1}{E_2 f_2} h,$$

mithin

$$s = c \cdot D_1 \quad \dots \dots \dots 5),$$

wenn allgemein

$$c = \left(\frac{1}{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \cdot E_1 f_1} + \frac{1}{2 \tan^2 \alpha \cdot E f} + \frac{\tan \alpha}{E_2 f_2} \right) l \quad 6);$$

für das System I entfallen selbstverständlich die beiden letzten Glieder und es wird einfach

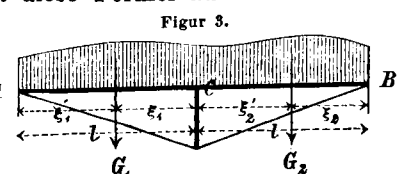
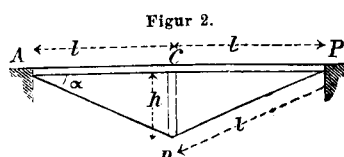
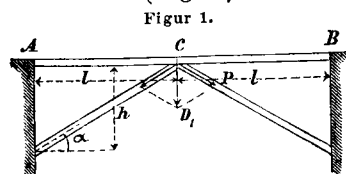
$$c = \frac{l}{2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \cdot E f_1}.$$

In der Regel genügt diese Formel auch für den armirten Balken.

Das Moment an der mittleren Stütze ist nun für eine beliebige Belastung gegeben durch

$$M_1 = \frac{1}{4} (\mathfrak{N}_1'' + \mathfrak{N}_2') - \frac{3 E W s}{l^2},$$

hiebei ist, sowie im Folgenden die von Prof. Winkler in seiner Theorie des continuirlichen Trägers (Lehre von der



Elasticität und Festigkeit, Theorie der Brücken I) gewählte Bezeichnung beibehalten und bedeutet W das Trägheitsmoment des Balkenquerschnittes

$$\mathfrak{M}_1'' = \mathfrak{M}_1' + 2 \mathfrak{M}_1''$$

$$\mathfrak{M}_2' = 2 \mathfrak{M}_1' + \mathfrak{M}_2'',$$

wobei \mathfrak{M}' und \mathfrak{M}'' die Momente bei horizontaler Einspannung des betreffenden Feldes an der linken und rechten Stütze bezeichnen.

Ferner ist

$$D_1 = 2 \frac{M_1}{l} + \frac{G_1 \xi_1' + G_2 \xi_2}{l}$$

bei der aus Fig. 3 ersichtlichen Bedeutung der Grössen G und ξ .

Aus 5 folgt aber auch $D_1 = \frac{s}{c}$, und liefert die Substitution, wenn man die Verhältnisszahl

$$\nu = \frac{3 E W c}{l^3} \dots \dots \dots 8)$$

einführt, die Gleichungen

$$D_1 = \frac{\mathfrak{M}_1'' + \mathfrak{M}_2'}{2(1+2\nu)l} + \frac{1}{(1+2\nu)l} (G_1 \xi_1' + G_2 \xi_2) \dots 9)$$

$$M = \frac{\mathfrak{M}_1'' + \mathfrak{M}_2'}{4(1+2\nu)} - \frac{\nu}{1+2\nu} (G_1 \xi_1' + G_2 \xi_2) \dots 10)$$

Aus 9 folgt sofort, dass der Druck am grössten bei totaler Belastung wird, und zwar ergibt sich, wenn q die Last pro Längeneinheit ist:

$$D_1 = \frac{5}{4(1+2\nu)} q l \dots \dots \dots 11);$$

die ungünstigste Belastungsweise für M_1 bestimmt sich am besten durch Untersuchung der Wirkung von Einzellasten. Eine Last G_1 im ersten Felde erzeugt das Moment

$$M_1 = \frac{G_1 \xi_1' (l^2 - \xi_1'^2)}{4(1+2\nu)l^2} - \frac{\nu}{1+2\nu} G_1 \xi_1';$$

daraus ergibt sich die Grenzlage, für welche das Moment sein Zeichen ändert, durch die Wurzel der Gleichung

$$1 - \left(\frac{\xi_1'}{l}\right)^2 = 4\nu$$

$$\frac{\xi_1'}{l} = \sqrt{1-4\nu} \dots \dots \dots 12)$$

Für ein grösseres ξ_1' wird

M negativ und es erreicht

daher seinen positiven

Maximalwerth, wenn die

Belastung in beiden Fel-

dern von den Enden aus

die Strecke $l\sqrt{1-4\nu}$ bedeckt (Fig. 4).

Für diese Belastungsweise wird bei der zufälligen

Last p nach 10

$$M_{1,p} = p \frac{\xi_1'^2 (2l^2 - \xi_1'^2)}{8l^2(1+2\nu)} - \frac{\nu}{1+2\nu} p \xi_1'^2$$

und mit Hinzufügung des vom Eigengewichte g hervorgebrachten Momentes

$$\max(+M_1) = \frac{1}{8(1+2\nu)} \{ (1-10\nu)g + (1-4\nu)^2 p \} l^2 \dots 12)$$

Das Moment für einen beliebigen Querschnitt in der Entfernung x von der linken Stütze ist dargestellt durch

$$M_x = M_1 \frac{x}{l} - G \xi_1 \frac{x}{l} + G_x \xi_x,$$

wenn G_x die zwischen der Stütze und dem Querschnitte liegende Last, ξ_x den Abstand ihres Mittelpunktes vom Querschnitt bezeichnet.

Für totale Belastung wird

$$M_{1,x} = \left\{ -\frac{(3+18\nu)x}{8(1+2\nu)l} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l}\right)^2 \right\} q l^2 \dots 13)$$

für die zufällige Last ergibt sich bezüglich des zweiten Feldes dieselbe ungünstigste Belastungsweise wie für M_1 ; bezüglich des ersten Feldes findet man wieder in ähnlicher Weise durch Untersuchung einer Einzellast, dass für das positive Maximum des Momentes die Belastung von der linken Stütze bis zu einem Punkte mit der Abscisse

$$\frac{\xi_1'}{l} = \sqrt{5+4\nu-4(1+2\nu)\frac{l}{x}}$$

reichen müsse. Für Punkte, deren Abscisse kleiner als

$$\xi = \frac{4(1+2\nu)l}{5+4\nu}$$

ist, kommt demnach auf das betreffende Feld gar keine Last und es wird für die Strecke von 0 bis ξ das positive Maximum der zufälligen Last

$$\max(+M_{x,p}) = M_1 \frac{x}{l} = \frac{(1-4\nu)^2}{16(1+2\nu)} \frac{x}{l} p l^2 \dots 15)$$

Für die Strecke von ξ bis l wird

$$\max(+M_{x,p}) = \left\{ \frac{(1-4\nu)^2}{16(1+2\nu)} \frac{x}{l} + \left(\frac{5+4\nu}{8(1+2\nu)} \frac{x}{l} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{\xi_1'}{l} \right)^2 - \frac{1}{16(1+2\nu)} \frac{x}{l} \left(\frac{\xi_1'}{l} \right)^4 \right\} p l^2 \dots 16)$$

Es handelt sich hauptsächlich um das absolute negative Maximum. Dieses muss in der Strecke zwischen 0 und ξ auftreten, denn für $\nu=0$ wird ξ zum Fixpunkt und rückt für ein wachsendes ν immer mehr gegen die Mittelstütze. Das negative Moment auf dieser Strecke ist nun

$$\max(-M_{x,q}) = M_{1,x} - \max(+M_{p,x}) = \left\{ -\frac{3+18\nu}{8(1+2\nu)} \frac{x}{l} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l}\right)^2 - \frac{(1-4\nu)^2}{16(1+2\nu)} \frac{x}{l} \cdot \frac{p}{q} \right\} q l^2$$

Aus der Gleichung

$$\frac{d \max(-M_{x,q})}{d \left(\frac{x}{l}\right)} = 0$$

folgt aber die Abscisse des absoluten negativen Maximums

$$\frac{x_1}{l} = \frac{(1-4\nu)^2 \frac{p}{p+g} + 2(3+18\nu)}{16(1+2\nu)} \dots 17)$$

und dieses selbst bei der in Fig. 5 dargestellten Belastungsweise

$$\text{absol. max}(-M_q) = -\frac{1}{2} \left(\frac{x_1}{l}\right)^2 q l^2 \dots \dots \dots 18)$$

Die Berechnung der

Streben oder Zugbänder

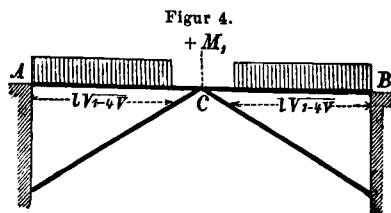
hätte nun nach Formel 3

oder 4 mit Zugrundelegung

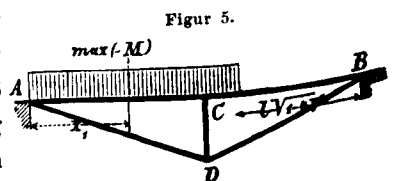
des durch 11 gegebenen

Druckes D_1 zu geschehen.

Für die Berechnung des Balkens AB ist das grössere der beiden durch 12 und 18 dargestellten Momente maass-



Figur 4.



Figur 5.

gebend. Das Sprengwerk ergibt sich schwächer, der Balken stärker als nach der anfänglichen Rechnung. Eine nochmalige Berechnung mit den nun corrigirten Dimensionen ist aber in der Regel nicht nöthig.

Für die in praktischen Ausführungen gewöhnlich vorkommenden Verhältnisse liegen die Werthe von ν für das System I zwischen den Grenzen 0.01 und 0.06, für das System II etwa zwischen 0.03 und 0.08.

In nachstehender Tabelle sind für diese Werthe von ν Stützendrücke, sowie die positiven und negativen Maximalmomente zusammengestellt, letztere für drei verschiedene Verhältnisse von $\frac{p}{q}$.

ν	D_1	max (+ M_1)		max (– M)				
		$M_{1,g}$	$M_{1,p}$	– M_g	– M_p	$\frac{p}{q} = 0.9$	$\frac{p}{q} = 0.85$	$\frac{p}{q} = 0.75$
0	1.250	0.1250	0.1250	0.0703	0.0957	0.0930	0.0916	0.0890
0.01	1.225	0.1104	0.1129	0.0759	0.0995	0.0970	0.0957	0.0933
0.02	1.202	0.0962	0.1017	0.0816	0.1034	0.1011	0.0988	0.0977
0.03	1.179	0.0895	0.0913	0.0871	0.1061	0.1051	0.1040	0.1020
0.04	1.157	0.0894	0.0816	0.0926	0.1110	0.1091	0.1082	0.1063
0.05	1.136	0.0668	0.0727	0.0981	0.1149	0.1132	0.1123	0.1106
0.06	1.116	0.0446	0.0645	0.1037	0.1188	0.1173	0.1165	0.1150
0.07	1.096	0.0329	0.0568	0.1090	0.1227	0.1213	0.1206	0.1192
0.08	1.078	0.0216	0.0498	0.1145	0.1268	0.1255	0.1249	0.1237
0.09	1.059	0.0106	0.0434	0.1196	0.1306	0.1293	0.1289	0.1278
0.10	1.042	0.0000	0.0375	0.1250	0.1346	0.1337	0.1332	0.1322
	ql	gl^2	pl^2	gl^2	pl^2	ql^2		

II. Das Trapez-Sprengwerk.

Wir verstehen darunter einen Balken AB , den Streckbalken, der zwischen seinen beiden Enden noch an zwei Punkten C und D durch ein Spreng- oder Hängewerk unterstützt ist (Fig. 6 und 7).

Die Länge der beiden äusseren Felder nehmen wir gleich an, und bezeichnen sie mit l_1 , die Länge des mittleren Feldes sei l_2 , die beiden Drücke in C und D seien D_1 und D_2 . Bekanntlich ist das Trapez-Sprengwerk nur stabil, wenn bei gleichem Strebenwinkel auch die beiden Drücke D_1 und D_2 gleich sind. Demnach wird sich bei einer beliebigen Belastung des horizontalen Streckbalkens AB das Sprengwerk soweit deformiren, bis durch Hebung und Senkung der Mittelstützen C, D die Drücke D_1 und D_2 wieder gleich werden. Natürlich ist dabei diese Deformation als so gering vorausgesetzt, dass dadurch die Strebenwinkel nicht wesentlich geändert werden und daher auch noch die Gleichung $D_1 = D_2$ Gültigkeit hat, welche Voraussetzung bei steifer Construction des Trägers AB immer zulässig ist.

Es wäre nun zuerst wieder die Näherungsberechnung durchzuführen, wobei auf die elastische Deformation des Sprengwerkes keine Rücksicht genommen wird, und hierauf

auf Grundlage der so bestimmten Querschnitts-Dimensionen die genauere Berechnung zu wiederholen.

Wir werden aber im Folgenden gleich anfänglich die streng genauen Formeln entwickeln, und die Näherungsregeln durch Specialisirung daraus ableiten.

1. Die Formänderung des Sprengwerkes.

Es bezeichne s_1 und s_2 die Aenderungen der Höhenlage von C und D , positiv bei einer Senkung; so ist bei der Strebenlänge a

$$h = h' = a \cos \alpha$$

$$dh = -a \sin \alpha d\alpha + \cos \alpha da$$

$$dh' = -a \sin \alpha d\alpha' + \cos \alpha da'$$

Für das System I ist nun $-\Delta h = s_1$, $-\Delta h' = s_2$ zu setzen, und es wird wieder, wenn $\Delta \alpha$ und $\Delta \alpha'$ bei einer Zusammendrückung als positiv angenommen werden:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= a \sin \alpha \Delta \alpha + \cos \alpha \Delta a \\ s_2 &= a \sin \alpha \Delta \alpha' + \cos \alpha \Delta a' \end{aligned} \right\} \dots 19)$$

Es sei ferner Δx_1 und Δx_2 die horizontale Verschiebung der Punkte C und D , Δl_2 die Längenänderung des horizontalen Balkens CD , so ist

$$(l_2 - \Delta l_2)^2 = [l_2 - (\Delta x_1 + \Delta x_2)]^2 + (s_1 - s_2)^2$$

und mit Vernachlässigung der Quadrate der Differenzen

$$\Delta l_2 = \Delta x_1 + \Delta x_2 - \frac{(s_1 - s_2)^2}{2 l_2}$$

$$\Delta l_2 = a \cos \alpha (\Delta \alpha + \Delta \alpha') - \sin \alpha (\Delta a + \Delta a') - \frac{(s_1 - s_2)^2}{2 l_2} \quad 20);$$

durch Verbindung der Gleichungen 19 und 20 folgt nun:

$$s_1 + s_2 - \frac{(s_1 - s_2)^2}{2 l_2} \tan \alpha = \Delta l_2 \tan \alpha + \frac{\Delta a + \Delta a'}{\cos \alpha} \quad 21)$$

Bezeichnet nun f die Querschnittsfläche von CD , f_1 die Querschnittsfläche der Streben, E den Elasticitäts-Coëfficienten, so wird unter Voraussetzung der Gleichheit der beiden Drücke D_1 und D_2

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta a'}{a} = \frac{D}{E f_1 \cos \alpha}, \quad \frac{\Delta l_2}{l} = \frac{D \tan \alpha}{E f};$$

dies in Formel 21 eingesetzt, gibt

$$\left. \begin{aligned} s_1 + s_2 - \frac{(s_1 - s_2)^2}{2 l_2} \tan \alpha &= \\ &= \left(\frac{l_2}{E f} + \frac{2 a}{E f_1 \sin^2 \alpha} \right) \tan^2 \alpha \cdot D_1 \end{aligned} \right\} \dots 22)$$

Da nur solche Strebenwinkel in Betracht kommen, für welche $\tan \alpha$ nie sehr gross, in der Regel nicht viel grösser als 1 wird, so kann das Glied $\frac{(s_1 - s_2)^2}{2 l_2} \tan \alpha$ vernachlässigt werden, und es wird dann

$$s_1 + s_2 = c \cdot D_1 \dots 23),$$

wenn

$$c = \left(\frac{l_2}{E f} + \frac{2 l_1}{E f_1 \sin^2 \alpha} \right) \tan^2 \alpha \dots 24)$$

Für das System II ist genauer, wenn E den Elasticitäts-Coëfficienten des Holzes, E_1 den des Schmiedeeisens,

E_s den des Gusseisens für den Theil CE , L die Länge, F den Querschnitt des Balkens AB bezeichnet:

$$c = \left(\frac{L}{EF} + \frac{l_2}{E_1 f} + \frac{2l_1}{E_1 f_1 \sin^3 \alpha} + \frac{2l_1}{E_2 f_2 \tan^3 \alpha} \right) \tan^3 \alpha. \quad (25)$$

2. Bestimmung der Normalmomente für eine beliebige Belastung. Bei Sprengwerken (System I) ist der Streckbalken AB in dem mittleren Theile meist durch den Balken CD verstärkt. Es sei daher das Trägheitsmoment seines Querschnittes in den äusseren Feldern W_1 , im mittleren Felde W_2 , dann sind die Normalgleichungen nach der Theorie der continuirlichen Träger mit variablem Querschnitt, wenn wir wieder die Grössen

$$\mathfrak{M}' = 2 \mathfrak{M}' + \mathfrak{M}''$$

$$\mathfrak{M}'' = \mathfrak{M}' + 2 \mathfrak{M}'',$$

worin \mathfrak{M}' und \mathfrak{M}'' die Momente bei horizontaler Einspannung des betreffenden Feldes sind, einführen:

$$\begin{aligned} 2 \left(l_1 + \frac{W_1}{W_2} l_2 \right) M_1 + \frac{W_1}{W_2} l_2 M_2 &= l_1 \mathfrak{M}_1'' + \\ &+ \frac{W_1}{W_2} l_2 \mathfrak{M}_2' - 6 E W_1 \left(\frac{s_1}{l_1} - \frac{s_2 - s_1}{l_2} \right) \\ \frac{W_1}{W_2} l_2 M_1 + 2 \left(l_1 + \frac{W_1}{W_2} l_2 \right) M_2 &= \\ &= \frac{W_1}{W_2} l_2 \mathfrak{M}_2'' + l_1 \mathfrak{M}_1' - 6 E W_1 \left(\frac{s_2 - s_1}{l_2} + \frac{s_2}{l_1} \right). \end{aligned}$$

Wir setzen nun zur Abkürzung

$$\mu = \frac{W_1}{W_2}, \quad l_2' = \mu l_2, \quad L' = 2 l_1 + l_2' \quad (26)$$

$$\begin{aligned} -G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} + G_2 \frac{\xi_2' - \xi_2}{l_2} + G_3 \frac{\xi_3}{l_1} &= \frac{L}{L'} \left[\frac{A - B}{l_1 l_2} - \frac{12 E W_1 s_1}{l_1^2 l_2^2} L + \frac{6 E W_1 c D_1}{l_1^2 l_2^2} L \right] \\ G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} + G_2 \frac{\xi_2}{l_2} &= D_1 - \frac{2 A (l_1 + l_2') - B l_2'}{(2 l_1 + 3 l_2') L' l_1} - \frac{A - B}{L' l_2} + 6 \frac{E W_1 s_1}{l_1^2 l_2^2} \frac{L^2}{L} - \frac{6 E W_1 c D_1}{l_1^2 l_2^2} \left[\frac{L l_1}{L'} + \frac{(2 l_1^2 + 3 l_1 l_2' + l_2 l_2') l_2}{L' (2 l_1 + 3 l_2')} \right]. \end{aligned}$$

Führt man wieder

$$\nu = \frac{3 E W c}{l_1^3} \quad (30)$$

ein, und setzt das Verhältniss der Spannweiten

$$n = \frac{l_2}{l_1} \quad (31),$$

so erhält man aus den beiden obigen Gleichungen

Es ergibt sich:

$$M_{1,2} = \frac{A + B}{2 l_1 (2 + 3 \mu n + \nu)} \pm \frac{1}{2 (2 + n)} \left[-n G_1 \xi_1' + G_2 (\xi_2' - \xi_2) + n G_3 \xi_3 \right] - \frac{\nu}{2 (2 + 3 \mu n + \nu)} (G_1 \xi_1' + G_2 l_1 + G_3 \xi_3). \quad (33)$$

Ist ferner Q_x und M_x Transversalkraft und Moment im Abstände x von der linken Stütze, so hat man, wie für den continuirlichen Träger überhaupt,

Endfeld:

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= -\frac{M_1}{l_1} + G_1 \frac{\xi_1}{l_1} - G_x \\ M_x &= +M_1 \frac{x}{l_1} - G_1 \frac{\xi_1}{l_1} x + G_x \xi_x \\ \text{Mittelfeld:} \\ Q_x &= \frac{M_1 - M_2}{l_2} + G_2 \frac{\xi_2}{l_2} - G_x \\ M_x &= -\frac{M_1 - M_2}{l_2} x - G_2 \frac{\xi_2}{l_2} x + G_x \xi_x + M_1 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} A &= \mathfrak{M}_1'' l_1 + \mathfrak{M}_2' l_2' \\ B &= \mathfrak{M}_2'' l_2' + \mathfrak{M}_1' l_1 \end{aligned} \quad (27)$$

dann wird mit Rücksicht auf 23

$$\begin{aligned} 2 (l_1 + l_2') M_1 + l_2' M_2 &= A - 6 E W_1 \frac{L}{l_1 l_2} s_1 + \\ &+ 6 E W_1 c \frac{D_1}{l_1} \\ l_2' M_1 + 2 (l_1 + l_2') M_2 &= B + 6 E W_1 \frac{L}{l_1 l_2} s_1 - \\ &- 6 E W_1 c D_1 \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right), \end{aligned}$$

und daraus

$$M_1 - M_2 = \frac{A - B}{L'} - \frac{12 E W_1 s_1}{l_1 l_2} \frac{L}{L'} + \frac{6 E W_1 c D_1}{l_1 l_2} \frac{L}{L'}. \quad (28)$$

Es ist aber, siehe Fig. 9

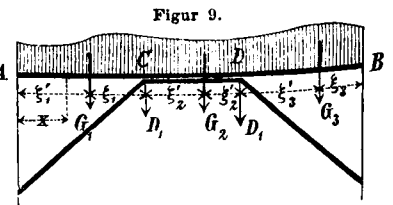
$$D_1 = \frac{M_1}{l_1} + \frac{M_1 - M_2}{l_2} + G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} + G_2 \frac{\xi_2}{l_2}$$

$$D_2 = \frac{M_2 - M_1}{l_2} + \frac{M_2}{l_1} + G_2 \frac{\xi_2'}{l_2} + G_3 \frac{\xi_3}{l_1}$$

Die Gleichsetzung der beiden Drücke gibt

$$(M_1 - M_2) \frac{L}{l_1 l_2} = -G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} + G_2 \frac{\xi_2' - \xi_2}{l_2} + G_3 \frac{\xi_3}{l_1} \quad (29)$$

Die Verbindung von 28 und 29 sowie die Substitution in dem Ausdrucke für D_1 liefert die weiteren Gleichungen



$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \frac{A + B}{l_1^2 (2 + 3 \mu n + \nu)} + \\ &+ \frac{2 + 3 \mu n}{2 (2 + 3 \mu n + \nu)} \left(G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} + G_2 + G_3 \frac{\xi_3}{l_1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Zur Bestimmung der Normalmomente dient nun am besten Gleichung 29 und

$$\frac{M_1 + M_2}{l_1} = 2 D_1 - \left(G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} + G_2 + G_3 \frac{\xi_3}{l_1} \right)$$

3. Totale gleichmässige Belastung. Für dieselbe wird

$$A = B = \frac{1}{2} (1 + \mu n^2) q l_1^2;$$

mithin

$$M_1 = \frac{1 + \mu n^2 - (1 + n) 2 \nu}{4 (2 + 3 \mu n + \nu)} q l_1^2 \quad (35),$$

und für das Endfeld:

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \left[\frac{3 + 6 \mu n - \mu n^2 + 2 \nu (2 + n)}{4 (2 + 3 \mu n + \nu)} - \frac{x}{l_1} \right] q l_1 \\ M_x &= - \left[\frac{3 + 6 \mu n - \mu n^2 + 2 \nu (2 + n) x}{4 (2 + 3 \mu n + \nu)} - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l_1} \right)^2 \right] q l_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (36);$$

für das Mittelfeld

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l_2} \right) n \cdot q l_1 \\ M_x &= \left\{ \frac{1 + \mu n^2 - 2\nu(1+n)}{4(2+3\mu n + \nu)} + \frac{n^2}{2} \left[\left(\frac{x}{l_2} \right)^2 - \frac{x}{l_2} \right] \right\} q l_1 \end{aligned} \right\} \quad 37)$$

Aus Formel 32 geht hervor, dass der Stützdruck bei totaler Belastung am grössten wird, und zwar ergibt sich

$$D_1 = \frac{5 + 4n + \mu n(6 + 6n + n^2)}{4(2 + 3\mu n + \nu)} q l_1 \quad 38)$$

4. Ungünstigste Belastungsweisen. Wir bestimmen dieselben wieder durch Untersuchung der Wirkung von Einzellasten.

a) Ungünstigste Belastungsweise für M_1 . Eine Last G_1 im I. Felde erzeugt nach 33 das Moment

$$\frac{\xi_2}{l_2} = \frac{3\mu n^2 - 4 - 2\nu + \sqrt{(3\mu n^2 + 6\mu n + 4 - 2\nu)^2 + 12(3\mu - 2)(\mu n^2 - \frac{4}{3}\nu)}}{6\mu n(2+n)} \quad 41)$$

Es wird mithin für

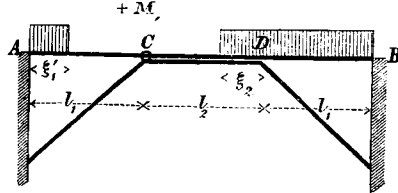
$$2\nu \leq 2n + 2\mu n^2 \quad \xi_1 \geq l_1 \text{ und } \xi_2 \geq 0$$

$$\text{für } 2\nu > 2n + 3\mu n^2 \quad \xi_1 \leq l_1 \text{ und } \xi_2 = 0,$$

und man erhält folgendes Belastungsschema:

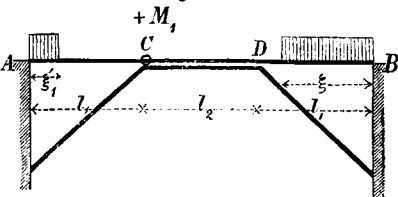
$$2\nu < 2n + 3\mu n^2$$

Figur 10.

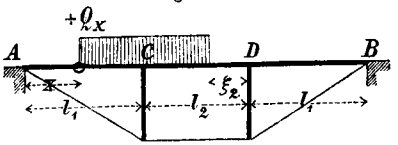


$$2\nu > 2n + 3\mu n^2$$

Figur 11.



Figur 12.



Desgleichen ergibt sich aus 34 aus der Formel für M_x , dass für das positive Maximum dieselbe Belastung des zweiten und dritten Feldesmaassgebend ist wie für das Maximum M_1 und bezüglich des ersten Feldes findet man

$$\frac{\xi_1'}{l_1} = \sqrt{\frac{3(4+n)(1+\mu n) - 2(1-\nu) - 2(2+3\mu n + \nu)}{2+n}} \frac{l_1}{x} \quad 42)$$

Demnach ist für alle Querschnitte, deren Abscisse kleiner als

$$\frac{\xi}{l_1} = \frac{2(2+n)(2+3\mu n + \nu)}{10 + 3n(1+4\mu + \mu n) + 2\nu}$$

$\xi_1' = 0$, mithin das erste Feld gar nicht zu belasten (Fig. 13 und 14).

c) Ungünstigste Belastungsweise für das Mittelfeld.

Die Transversalkraft wird nach 34

$$Q_x = \frac{1}{2+n} \left(-G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} + G_2 \frac{\xi_2' - \xi_2}{l_2} + G_3 \frac{\xi_3}{l_1} \right) + G_2 \frac{\xi_2}{l_2} - G_2';$$

$M_1 = G_1 \left(\frac{\xi_1'(l_1^2 - \xi_1'^2)}{2l_1^2(2+3\mu n + \nu)} - \frac{n\xi_1'}{2(2+n)} - \frac{\nu\xi_1'}{2(2+3\mu n + \nu)} \right)$; dies liefert für jene Lage der Last, für welche das Moment Null wird

$$\frac{\xi_1'}{l_1} = \sqrt{\frac{2-n-3\mu n^2-2(1+n)\nu}{2+n}} \quad 39)$$

Ebenso liefert die Untersuchung eine Last G_3 im anderen Endfelde

$$\frac{\xi_3}{l_1} = \sqrt{\frac{2+3n+3\mu n^2-2\nu}{2+n}} \quad 40)$$

Und für die Entfernung des Punktes von D , in welchem eine Last G_2 liegend kein Moment in O hervorbringt, ergibt sich

daraus geht hervor, dass für das positive Maximum der Träger vom betreffenden Querschnitte bis zur rechten Stütze B belastet sein müsse (Fig. 15). Für das positive Maximum des Momentes ist wieder im ersten Felde eine Strecke

$$\frac{\xi_1'}{l_1} = \sqrt{\frac{2-n-3\mu n^2-2(1+n)\nu+2n(2+3\mu n + \nu)\frac{x}{l_2}}{2+n}} \quad 43)$$

zu belasten, wie aus der schon wiederholt ange-deuteten Untersuchungs-weise hervorgeht. Demnach ist für alle Punkte, bei welchen

$$\frac{x}{l_2} \geq \frac{1}{2} + \frac{\nu(2+n)}{2n(2+3\mu n + \nu)}$$

$$\xi_1' = l_1$$

In ähnlicher Weise ergibt sich für das andere Endfeld

$$\frac{\xi_3}{l_1} = \sqrt{\frac{2+3n+3\mu n^2-2\nu-2n(2+3\mu n + \nu)\frac{x}{l_2}}{2+n}} \quad 44)$$

so dass wieder für alle Punkte, deren Abscissen

$$\frac{x}{l_2} \leq \frac{1}{2} - \frac{(2+n)\nu}{2n(2+3\mu n + \nu)}$$

$$\xi_3 = l_1.$$

wird. Endlich kommt man durch Betrachtung einer Last G_2 , wenn diese rechts vom Querschnitt angenommen wird, auf die Gleichung

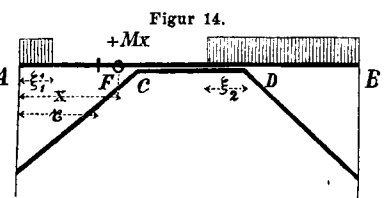
$$\frac{\xi}{l_2} = \frac{1}{2} \left(\alpha - \beta \frac{x}{l_2} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\alpha - \beta \frac{x}{l_2} \right)^2 + \gamma - \delta \frac{x}{l_2}} \quad 45)$$

worin

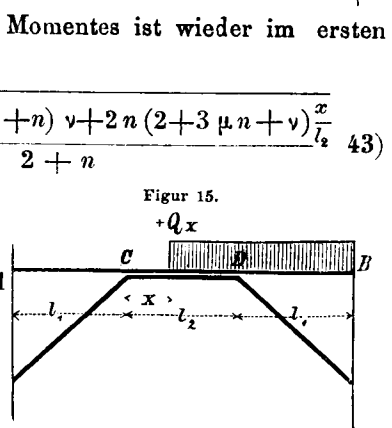
$$\alpha = \frac{3\mu n^2 - 2(2+\nu)}{3\mu n(2+n)}, \quad \beta = \frac{2(2+3\mu n + \nu)}{3\mu(2+n)}$$

$$\gamma = \frac{2n+3\mu n^2-2\nu}{3\mu n^2(2+n)}, \quad \delta = \frac{2(2+3\mu n + \nu)}{3\mu n(2+n)}$$

Es wird mithin, da $\frac{\alpha}{\beta}$ stets $< \frac{\gamma}{\delta}$ ist für



Figur 14.



Figur 15.

$$\frac{x}{l_2} \geq \left(\frac{\gamma}{\delta} = \frac{1}{2} - \frac{(2+n)v}{2n(2+3\mu n+v)} \right)$$

$$\frac{\xi_2}{l_2} = 0.$$

Zu demselben Resultate gelangt man durch Annahme einer Last links vom Querschnitt, wenn man nur ξ_2 mit ξ_1 , x mit $l_2 - x$ vertauscht.

Demnach existiert in der Mitte der Spannweite eine Strecke

$$FF_1 = \frac{(2+n)v}{n(2+3\mu n+v)},$$

für welche die mittlere Spannweite gar nicht belastet sein darf. Für die beiden äusseren Strecken ist immer das entfernter liegende Endfeld total belastet anzunehmen (Fig. 16 und 17).

5. Absolute Maxima der Momente.

Das positive Maximum tritt offenbar an den mittleren Stützen, und zwar bei der unter 39, 40 und 41 angegebenen Belastungsweise auf.

In der Regel hat man es mit dem Falle 1 zu thun, nämlich $2v < 2n + 3\mu n^2$; es wird alsdann das blos durch die zufällige Last p hervorgebrachte Moment M_1

$$M_1 = \left\{ \frac{2\mu n^3 \left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^2 \left(3 - 2\frac{\xi_2}{l_2}\right) + \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 \left[2 - \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2\right] + 1}{8(2+3\mu n+v)} + \right.$$

$$+ \frac{n}{4(2+n)} \left[1 + 2n \frac{\xi_2}{l_2} \left(1 - \frac{\xi_1}{l_1}\right) - \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 \right] -$$

$$\left. - \frac{v}{4(2+3\mu n+v)} \left[1 + 2n \frac{\xi_2}{l_2} + \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 \right] \right\} p l_1^2 \quad . \quad 46)$$

für den Fall, dass $2v > 2n + 3\mu n^2$ wäre, wird

$$M_1 = \left\{ \frac{\left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 \left[2 - \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2\right] + \left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^2 \left[2 - \left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^2\right]}{8(2+3\mu n+v)} + \right.$$

$$+ \frac{n}{4(2+n)} \left[\left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^2 - \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 \right] -$$

$$\left. - \frac{v}{4(2+3\mu n+v)} \left[\left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^2 + \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 \right] \right\} p l_1^2 \quad . \quad 47);$$

$$\max(+Q_x) = \left\{ \frac{\left(1 - \left[\frac{x}{l_1}\right]^2\right)^2 + 2n^3 - 6n\left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^2 + 4\left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^3}{2(2+3n)} + \frac{n}{2(2+n)} \left[1 - \left(\frac{x}{l_1}\right)^2 \right] + \frac{n^2}{2(2+n)} \frac{\xi_2}{l_2} \left(1 - \frac{\xi_2}{l_2}\right) + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{x}{l_1}\right)^2 \right] \right\} p l_1 \quad 51)$$

$$\max(+M_x) = \left\{ \frac{2n^3 \left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^2 \left(3 - 2\frac{\xi_2}{l_2}\right) + 1}{8(2+3n)} + \frac{n + 2n^2 \frac{\xi_2}{l_2} \left(1 - \frac{\xi_2}{l_2}\right)}{4(2+n)} + \frac{\left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 \left[2 - \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2\right]}{8(2+3n)} + \frac{4+n}{4(2+n)} \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 \frac{x}{l_1} - \frac{1}{2} \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 \right\} p l_1^2 \quad . \quad 52);$$

darin ist nach 41 und 42

$$\frac{\xi_2}{l_2} = \frac{3n^2 - 4 + \sqrt{(4 + 6n + 3n^2)^2 + 12n^3}}{6n(2+n)}$$

$$\frac{\xi_1'}{l_1} = \sqrt{\frac{(10 + 15n + 3n^2) \frac{x}{l_1} - (8 + 16n + 6n^2)}{(2+n) \frac{x}{l_1}}} \quad . \quad 53);$$

für das Mittelfeld ergibt sich

$$\max(+Q_x) = \frac{n(2+n \left[1 - \frac{x}{l_2}\right]) \left(1 - \frac{x}{l_2}\right) + 1}{2(2+n)} p l_1 \quad . \quad 54)$$

hiezuh addirt sich noch das vom Eigengewicht herrührende Moment, siehe 35.

Das absolute negative Maximum tritt in den Endfeldern, und zwar in jenem Theil zwischen 0 und ξ auf, für welchen das betreffende Feld für das negative Maximum total zu belasten ist. Für das letztere wird:

$$\max(-M_x) = M_1 - \max(+M_x) =$$

$$= \left\{ - \left(\frac{3 + 6\mu n - \mu n^2 + 2v(2+n)}{4(2+3\mu n+v)} + K \frac{p}{q} \right) \frac{x}{l_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l_1} \right)^2 \right\} q l_1^2,$$

wenn

$$K = \frac{2\mu n^3 \left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^2 \left(3 - 2\frac{\xi_2}{l_2}\right) + 1}{8(2+3\mu n+v)} +$$

$$+ \frac{n}{4(2+n)} \left[1 + 2n \frac{\xi_2}{l_2} \left(1 - \frac{\xi_2}{l_2}\right) \right] -$$

$$- \frac{v}{4(2+3\mu n+v)} \left(1 + 2n \frac{\xi_2}{l_2} \right) \quad . \quad 48)$$

bedeutet, und ξ_2 durch 41 ausgedrückt erscheint.

$\max(M_x)$ wird daher zum absoluten Maximum für

$$\frac{x}{l_1} = \frac{3 + 6\mu n - \mu n^2 + 2v(2+n)}{4(2+3\mu n+v)} + K \frac{p}{q} \quad . \quad 49)$$

und dieses selbst

$$\text{absolut. max}(-M) = -\frac{1}{2} \left(\frac{x}{l_1} \right)^2 q l_1^2 \quad . \quad 50)$$

Würde man v und μ kennen, so hätte demnach eine genauere Berechnung nach den Formeln 38, 47 und 50 keine Schwierigkeit.

6. Näherungsweise Berechnung. Wir setzen $v = 0$, $\mu = 1$ und gelangen so zu einer angenäherten Bestimmung der Querschnittsdimensionen, mit deren Hilfe wir dann ein zweites Mal die genauere Berechnung durchführen können. Die Formeln ergeben sich unmittelbar aus den bereits abgeleiteten.

a) Totale Belastung. Hier gelten dieselben Gleichungen wie für den gewöhnlichen kontinuierlichen Träger, welche wir daher auch nicht näher anzuführen brauchen.

b) Maximalmomente und Transversalkräfte. Für das Endfeld wird:

$$\max(+M_x) = \left\{ \frac{\left[\left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 - 2n \frac{\xi_2}{l_2} \left(1 - \frac{\xi_2}{l_2}\right) - 1\right] n \left(\frac{x}{l_2} - \frac{1}{2}\right)}{2(2+n)} - \right.$$

$$- \frac{n^2}{2} \left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^2 \frac{x}{l_1} +$$

$$\left. + \frac{\left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 \left[2 - \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2\right] + 2n^3 \left(\frac{\xi_2}{l_2}\right)^2 \left(3 - 2\frac{\xi_2}{l_2}\right) + 1}{8(2+3n)} \right\} p l_1^2 \quad . \quad 55);$$

ξ_1' und ξ_2 sind durch die folgenden Gleichungen bestimmt:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\xi_1'}{l_1} &= \sqrt{\frac{2-n-3n^2+2(2n+3n^2)\frac{x}{l_2}}{2+n}} \\ \frac{\xi_2}{l_2} &= \frac{1}{2} \left(\alpha - \beta \frac{x}{l_2} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\alpha - \beta \frac{x}{l_2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l_2} \right) \gamma} \\ \alpha &= \frac{3n^2-4}{3n(2+n)} \quad \beta = \frac{2(2+3n)}{3(2+n)} \quad \gamma = \frac{2(2+3n)}{3n(2+n)} \end{aligned} \right\} \cdot 56)$$

Für $\frac{x}{l_2} = \frac{1}{2}$ wird $\xi_2 = 0$, $\xi_1' = l_1$ und

$$+M = \frac{1}{4(2+3n)} p l_1^2.$$

Nach diesen Formeln sind in untenstehender Tabelle die Momente für die häufigst vorkommenden Verhältnisse der Spannweiten gerechnet, wobei eine mittlere Spannweite

$$\lambda = \frac{2+n}{3} l_1$$

eingeführt wurde. Es ist daraus ersichtlich, dass das Maximal-Moment der zufälligen Last circa das Einundeinhalbfache desjenigen beträgt, welches beim gewöhnlichen kontinuierlichen Träger auftritt.

$l_1 : l_2 : l_1$	Stützen = Druck D_1	Maximal-Momente					
		positive			negative		
		$+M_{1,g}$	$+M_{1,p}$	$-M_p$	$\frac{p}{q} = 0.9$	$\frac{p}{q} = 0.8$	$\frac{p}{q} = 0.7$
1:0.4:1	0.9789	0.1299	0.1569	0.2023	0.2010	0.1931	0.1854
1:0.5:1	0.9964	0.1157	0.1537	0.1971	0.1915	0.1837	0.1710
1:0.6:1	1.0154	0.1065	0.1558	0.1915	0.1837	0.1756	0.1677
1:0.7:1	1.0354	0.1011	0.1617	0.1861	0.1773	0.1688	0.1604
1:0.8:1	1.0564	0.0986	0.1685	0.1806	0.1712	0.1622	0.1533
1:0.9:1	1.0778	0.0984	0.1755	0.1751	0.1652	0.1556	0.1463
1:1:1	1.1000	0.1000	0.1825	0.1697	0.1592	0.1491	0.1393
1:1.1:1	1.1226	0.1030	0.1896	0.1643	0.1533	0.1426	0.1324
1:1.2:1	1.1454	0.1070	0.1967	0.1592	0.1476	0.1365	0.1257
1:1.3:1	1.1686	0.1120	0.2038	0.1543	0.1421	0.1304	0.1192
	$q\lambda$	$g\lambda^2$	$p\lambda^2$		$q\lambda^2$		

Als günstiges Verhältniss der Spannweiten erscheint ungefähr $n = 0.9$, doch hängt dasselbe natürlich in einem gewissen Grade auch vom Verhältniss des Eigengewichtes zur zufälligen Last ab, und wird noch mehr modificiert, wenn auch die elastische Zusammendrückung berücksichtigt wird.

Was den Einfluss dieser letzteren, sowie den des vergrößerten Querschnitts betrifft, so wollen wir, da die Aufstellung von Tabellen hier nicht leicht möglich ist, uns in einigen Beispielen ein Urtheil über die Grösse desselben verschaffen.

1. Beispiel. Ein Sprengwerkträger (System I) von 15^m Spannweite habe bei einem Eigengewicht von $g = 0.5$ Tonn. eine zufällige Last $p = 4$ Tonn. per laufenden Meter zu tragen. Der Strebenwinkel betrage 45°, und es sei ferner

$$l_1 = l_2 = 5^m, \text{ also } n = 1.$$

Für die näherungsweise Berechnung hat man nach den Tabellen

$$D = \frac{1}{2} \cdot 1.1 \cdot 4.5 \cdot 5 = 24.75 \text{ Tonn.}$$

$$\max M = 0.1825 \cdot 4 \cdot 25 + 0.1 \cdot 0.5 \cdot 25 = 19.5 \text{ Tonn.-M.}$$

Daraus ergeben sich nach 4 die Querschnittsflächen der Streben und des Spannriegels

$$f = 22 \times 30 = 660 \square^{\text{cm}}$$

$$f_1 = 28 \times 32 = 896 \square^{\text{cm}},$$

und es wird ferner bei Anwendung eines aus zwei Balken von je 29^{cm} Breite, 36^{cm} Höhe bestehenden verdübelten Trägers das Trägheitsmoment im End- und Mittelfelde

$$W_1 = 920000$$

$$W_2 = 920000 + \frac{1}{12} 22 \cdot 30^3 = 969500.$$

Man erhält mithin für μ und ν nach 24 und 30

$$\mu = \frac{W_1}{W_2} = 0.9490$$

$$\nu = \left(\frac{500}{660} + \frac{1000 \cdot 2 \sqrt{2}}{896} \right) \frac{3.920000}{125000000} = 0.0864;$$

für diese Werthe geben die genauen Formeln:

$$D + 1.0813 q l = 24.33 \text{ Tonn.}$$

$$\max (+M) = 0.1711 p l^2 + 0.0812 g l^2 = 18.13 \text{ Tonn.-M.}$$

$$\max (-M) = \frac{1}{2} \left(0.4187 + 0.1711 \frac{p}{q} \right) q l^2 = 18.33 \text{ Tonn.-M.};$$

daraus geht hervor, dass durch die Zusammendrückung der Streben der Druck D um 1.7% und das positive Maximalmoment um 7% verringert werden, dagegen das negative Maximum des Momentes einen Zuwachs von 3.1% erfährt. Während demnach Streben und Spannriegel beizubehalten wären, könnten für den verdübelten Träger 2 Balken von 35^{cm} \times 28^{cm} angewendet werden.

Wird die Vergrößerung des Querschnittes im Mittelfelde vernachlässigt, also $\mu = 1$ gesetzt, so erhält man nahezu dieselben Werthe wie oben, nämlich $D_1 = 24.33$ Tonn.-M. $\max (+M) = 18.17$ Tonn.-M., $\max (-M) = 18.35$ Tonn.-M., woraus hervorgeht, dass der Einfluss der Veränderlichkeit des Querschnittes nur ein sehr geringer ist und man daher in den meisten Fällen, so lange die Vergrößerung des Trägheitsmomentes nicht eine bedeutende ist, darauf keine Rücksicht zu nehmen braucht.

2. Beispiel. Wir wollen nur noch dasselbe Beispiel für einen grösseren Strebenwinkel, nämlich $\tan \alpha = 2$, durchführen.

Es wird alsdann:

$$f = 30 \times 29 = 870$$

$$f_1 = 32 \times 32 = 1024$$

$$\nu = 1.0151$$

$$\mu = 0.9490$$

mithin

$$D = 0.910 q l = 20.47 \text{ Tonn.}$$

$$\max (+M) = 0.0810 p l^2 - 0.0900 g l^2 = 6.975 \text{ Tonn.-M.}$$

$$\max (-M) = \frac{1}{2} \left(0.590 + 0.081 \frac{4}{4.5} \right) q l^2 = 24.651 \text{ Tonn.-M.}$$

In diesem Falle zeigt sich gegenüber der anfänglichen Näherungsrechnung eine Verminderung des Druckes um circa 17.3%, dagegen eine Vermehrung des Momentes um 26.4%.

Auch hier erhält man durch die Substitution $\mu = 1$ von den obigen nur wenig abweichende Werthe.

Aus diesen beiden Beispielen geht hervor, dass der Einfluss der Strebenneigung ein sehr bedeutender ist, und es werden daher im Allgemeinen bei dem System II die Momente grösser ausfallen als bei I, bei welchem letzterem man mit der Neigung der Streben wohl nicht so weit herabgehen wird. Es beträgt die durch die elastische Längenänderung hervorgerufene Vergrösserung des Momentes in den praktisch vorkommenden Fällen bei dem Systeme I — 8 bis 25%, bei dem System II 10 bis 40% und darüber.

III. Das combinirte Trapez-Sprengwerk.

Bei grösseren Spannweiten ordnet man häufig zwei Trapez-Sprengwerke an, die den Streckträger in 4 Punkten unterstützen.

Wir wollen wieder die genauere Berechnungsweise vorausschicken und daraus die Näherungsformeln ableiten.

Die Formänderung der Sprengwerke. Da wir die beiden Sprengwerke als vollständig unabhängig von einander annehmen, so erhalten wir für die Formänderung eines jeden den unter 22 dargestellten Ausdruck. Mit Rücksicht auf die steile Stellung der äussern Streben kann aber bei denselben die elastische Zusammendrückung vernachlässigt werden, wodurch auch eine bedeutende Vereinfachung der Rechnung erzielt wird. Man hat daher, wenn s_1, s_2, s_3, s_4 die Senkung an der denselben Index führenden Mittelstütze bedeutet:

$$\left. \begin{aligned} s_1 + s_4 &= 0 \\ s_2 + s_3 &= c D_2 \\ c &= \left(\frac{l_3}{E f} + \frac{2(l_1 + l_2)}{E f_1 \sin^2 \alpha} \right) \tan^2 \alpha \end{aligned} \right\} \dots 57)$$

2. Bestimmung der Normalmomente für eine beliebige Belastung. Es sei wieder W_3 das Trägheitsmoment des Balkenquerschnittes im Mittelfelde, W_1

das im übrigen Theile, und es bezeichne $\mu = \frac{W_1}{W_3}$, so sind die Normalgleichungen für den continuirlichen Träger:

$$\begin{cases} 2 M_1 (l_1 + l_2) + M_2 l_2 = A - 6 E W_1 \left(\frac{s_1}{l_1} - \frac{s_2 - s_1}{l_2} \right) \\ M_1 l_2 + 2 M_2 (l_2 + \mu l_3) + M_3 \mu l_3 = B - 6 E W_1 \left(\frac{s_2 - s_1}{l_2} - \frac{s_3 - s_2}{l_3} \right) \\ M_2 \mu l_3 + 2 M_3 (\mu l_3 + l_2) + M_4 l_2 = C - 6 E W_1 \left(\frac{s_3 - s_2}{l_3} - \frac{s_4 - s_3}{l_2} \right) \\ M_3 l_2 + 2 M_4 (l_2 + l_1) = D - 6 E W_1 \left(\frac{s_4 - s_3}{l_2} + \frac{s_4}{l_1} \right) \end{cases}$$

wenn unter Beibehalt der im vorher behandelten Falle gewählten Bezeichnungsweise:

$$\begin{aligned} A &= \mathfrak{N}_1'' l_1 + \mathfrak{N}_1' l_2 \\ B &= \mathfrak{N}_2'' l_2 + \mathfrak{N}_2' \mu l_3 \\ C &= \mathfrak{N}_3'' \mu l_3 + \mathfrak{N}_3' l_2 \\ D &= \mathfrak{N}_4'' l_2 + \mathfrak{N}_4' l_1. \end{aligned}$$

Aus den Normalgleichungen folgt:

$$\begin{aligned} (M_1 + M_4) [2 (l_1 + l_2) (2 l_2 + 3 \mu l_3) - l_2^2] &= \\ = (A + D) (2 l_2 + 3 \mu l_3) - (B + C) l_2 + 6 E W_1 \frac{s_1 + s_3}{l_2} 3 (l_2 + \mu l_3) \\ (M_2 + M_3) [2 (l_1 + l_2) (2 l_2 + 3 \mu l_3) - l_2^2] &= \\ = 2 (B + C) (l_1 + l_2) - (A + D) l_2 - 6 E W_1 \frac{s_2 + s_4}{l_2} (2 l_1 + 3 l_2). \end{aligned}$$

Es ist aber auch

$$\begin{aligned} 2 D_2 &= - \frac{M_1 + M_4}{l_2} + \frac{M_2 + M_3}{l_2} + G_2 \frac{\xi_2'}{l_2} + G_3 + G_4 \frac{\xi_4}{l_2} \\ 2 D_1 &= (M_1 + M_4) \frac{l_1 + l_2}{l_1 l_2} - \frac{M_2 + M_3}{l_2} + \\ &+ G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} + G_2 \frac{\xi_2}{l_2} + G_3 \frac{\xi_3'}{l_2} + G_4 \frac{\xi_4}{l_1} \end{aligned}$$

Daraus folgt, wenn man wieder

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{3 E W_1 c}{l_2^3} \\ n &= \frac{l_1}{l_2} \quad m = \frac{l_3}{l_2} \\ s &= 3 + 4 n + 6 \mu m (1 + n) \end{aligned} \right\} \dots 58)$$

eingführt,

$$\begin{aligned} D_2 &= \frac{(B + C) (2 n + 3) - (A + D) 3 (1 + \mu m)}{2 l_2^2 [s + v (6 + 2 n + 3 \mu m)]} + \frac{s}{2 [s + v (6 + 2 n + 3 \mu m)]} \left(G_2 \frac{\xi_2'}{l_2} + G_3 + G_4 \frac{\xi_4}{l_2} \right) \\ D_1 &= \frac{(A + D) [3 n + 2 + 3 \mu m (1 + n)] - (B + C) (1 + n) (1 + 2 n)}{2 l_2^2 n s} + \frac{3 (1 + \mu m) (1 + n) + n (3 + 2 n)}{n s} v D_2 + \\ &+ \frac{1}{2} \left(G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} + G_2 \frac{\xi_2}{l_2} + G_3 \frac{\xi_3'}{l_2} + G_4 \frac{\xi_4}{l_1} \right) \end{aligned} \dots 59)$$

$$\begin{aligned} M_{1,4} &= \frac{(A + D) (2 + 3 \mu m + v) - (B + C) (1 - v)}{2 l_2 [s + v (6 + 2 n + 3 \mu m)]} \pm \frac{n l_1}{2 (2 + 2 n + m)} \left[\left(G_4 \frac{\xi_4}{l_1} - G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} \right) (2 + m) + \right. \\ &+ G_4 \left(m + 2 \frac{\xi_4}{l_2} \right) - G_2 \left(m + 2 \frac{\xi_2}{l_1} \right) - G_3 \frac{\xi_3 - \xi_3'}{l_2} \left. \right] \\ M_{2,3} &= \frac{(B + C) [2 (1 + n) + v] - (A + D) (1 - v)}{2 l_2 [s + v (6 + 2 n + 3 \mu m)]} \pm \frac{m l_2}{2 (2 + 2 n + m)} \left[\left(G_3 \frac{\xi_3}{l_1} - G_1 \frac{\xi_1'}{l_1} \right) n + \right. \\ &+ G_4 \left(n + \frac{\xi_4}{l_2} \right) - G_2 \left(n + \frac{\xi_2}{l_2} \right) - G_3 \frac{\xi_3 - \xi_3'}{l_2} (1 + n) \left. \right] \end{aligned} \dots 60)$$

Hiebei kommt nur zu bemerken, dass in den Formeln für D_1 , M_1 u. s. w. der Stützendruck D_1 , sobald er sich negativ ergibt, gleich Null zu setzen ist. Es sind ferner die Momente für einen beliebigen Querschnitt

$$\left. \begin{aligned} 1. \text{ Feld } \dots M_x &= M_1 \frac{x}{l_1} - G_1 \xi_1 \frac{x}{l_1} + G_x \xi_x \\ 2. \text{ Feld } \dots M_x &= M_1 - (M_1 - M_2) \frac{x}{l_2} - G_2 \xi_2 \frac{x}{l_2} + G_x \xi_x \\ 3. \text{ Feld } \dots M_x &= M_2 - (M_2 - M_3) \frac{x}{l_3} - G_3 \xi_3 \frac{x}{l_3} + G_x \xi_x \end{aligned} \right\} \dots 61$$

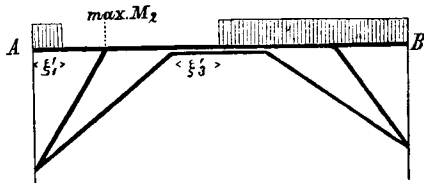
3. Totale Belastung. Ist q die gleichmässig vertheilte Last pro Längeneinheit, so folgt aus den Formeln 59 und 60

$$\left. \begin{aligned} D_2 &= \frac{(1+\mu m^3)(2n+3) - (1+n^3)3(1+\mu m) + 2(1+m)s}{4[s+\nu(6+2n+3\mu m)]} q l_2 \\ M_{1s} &= \frac{(1+n^3)(2+3\mu m+\nu) - (1+\mu m^3)(1-\nu)}{4[s+\nu(6+2n+3\mu m)]} q l_2^2 \\ M_{2s} &= \frac{(1+\mu m^3)(2+2n+\nu) - (1+n^3)(1-\nu)}{4[s+\nu(6+2n+3\mu m)]} q l_2^2 \end{aligned} \right\} 62$$

$$\frac{\xi_3'}{l_3} = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{\nu s [3(1+\mu m)(1+n) + n(3+2n)]}{6\mu m^3 \{s(1+n)(1+2n) + \nu[3+8n+6n^2+6\mu m n(1+n)]\}}} \dots 63$$

Bei Vernachlässigung der Zusammendrückung ist das mittlere Feld daher ganz unbelastet anzunehmen.

Figur 21.

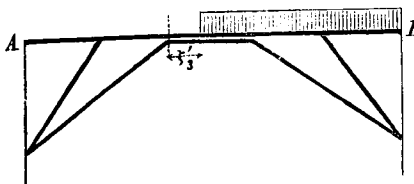


b) Ungünstigste Belastungsweise für M_1 und M_2 . Dieselbe ist in den Figuren 21 und 22 dargestellt. Es ist hiebei

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\xi_1'}{l_1} &= \sqrt{1 - \frac{(2+m)s}{n(2+2n+m)(2+3\mu m)}} \\ \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 + (a-1)\frac{\xi_3'}{l_3} &= \frac{a}{2} - \frac{\nu(1+\mu m)}{\mu m^3(1-\nu)} \\ a &= \frac{2n[s+\nu(6+2n+3\mu m)]}{3(2n+2+m)\mu m(1-\nu)} \end{aligned} \right\} 64$$

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{\xi_3'}{l_3}\right)^2 - (1+a')\frac{\xi_3'}{l_3} &= -\frac{a'}{2} - \frac{(2n+3)\nu}{3\mu m^3\nu+2(1+n)} \\ a' &= \frac{2(1+n)[s+\nu(6+2n+3\mu m)]}{3\mu m[2(1+n)+\nu](2+2n+m)} \end{aligned} \right\} 65$$

Figur 22.



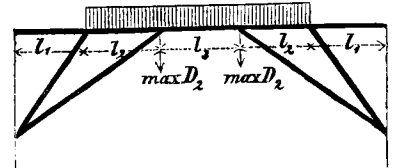
c) Ungünstigste Belastungsweise für M_x . Bezüglich der im 1. Felde liegenden Querschnitte hat man die Belastung so anzunehmen wie für das max M_1 , mit Ausnahme des 1. Feldes selbst; für dieses ergibt sich:

$$1 - \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 = \left(1 - \frac{2+4n+m}{2(2+2n+m)} \frac{x}{l_1}\right) \frac{2s}{n(2+3\mu m)} \dots 66$$

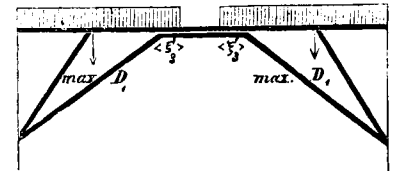
4. Ungünstigste Belastungsweisen. Wir bestimmen dieselben nach der schon wiederholt angewandten Weise durch Untersuchung der Wirkung von Einzellasten.

a) Ungünstigste Belastungsweise für D_2 und D_1 . Jede Last in den beiden äussern Feldern verursacht einen negativen, jede Last in den drei mittleren Feldern einen positiven Stützendruck D_2 , woraus die in Fig. 19 angegebene Belastungsweise hervorgeht. Dagegen wird D_1 zum Maximum, wenn der ganze Träger mit Ausnahme eines Theiles des mittleren Feldes belastet ist (s. Fig. 20).

Figur 19.



Figur 20.



Es ist:

für die Querschnitte des 2. Feldes sind die Abscissen der Lastenden durch die folgenden Formeln gegeben:

$$1 - \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 = \frac{s}{n(2+2n+m)} \left[\frac{(2+m-2\frac{x}{l_1})}{2+3\mu m-3(1+\mu m)\frac{x}{l_1}} \right] \dots 67$$

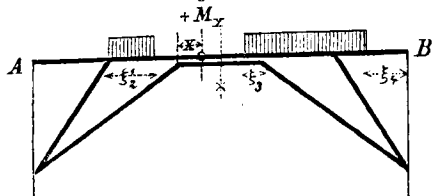
$$\frac{\xi_3'}{l_3} \left(1 - \frac{\xi_3'}{l_3}\right) 3\mu m^2 \left((3+2n)\frac{x}{l_2} - 1 + \nu \right) = \frac{m[s+\nu(6+2n+3\mu m)]}{2+2n+m} \left(\frac{x}{l_2} + n \right) \left(1 - 2\frac{\xi_3'}{l_3} \right) + (3+2n)\nu$$

endlich ist die Belastungsweise für das 3. Feld bestimmt durch:

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{\xi_1'}{l_1}\right)^2 &= 1 + \frac{ms}{n(2+2n+m)} \left(1 - 2\frac{x}{l_3}\right) \\ \left[-\left(\frac{\xi_2'}{l_2}\right)^2 (3+2n) + 3(1-\nu)\frac{\xi_2'}{l_2} + 2n+3\nu \right] \frac{\xi_2'}{l_2} &= \frac{2[s+\nu(6+2n+3\mu m)]}{2[s+\nu(6+2n+3\mu m)]} \\ &- \frac{m(n+\frac{\xi_2'}{l_2})}{2(2+2n+m)} \left(1 - 2\frac{x}{l_3}\right) = 0 \\ &3\mu[2(1+n)+\nu]\frac{\xi_3'}{l_3} \left(1 - \frac{\xi_3'}{l_3}\right) \\ &- \frac{(1+n)}{2(2+2n+m)} \left(1 - 2\frac{\xi_3'}{l_3}\right) \left(1 - 2\frac{x}{l_3}\right) + \left(\frac{\xi_3'}{l_3} - 1\right) \frac{x}{l_3} = 0 \end{aligned} \right\} \dots 68$$

Es ergibt sich daraus für das positive Maximum die in Fig. 23 dargestellte Belastungsweise; für den mittleren Querschnitt ist nur das 2. und 4. Feld theilweise zu belasten.

Figur 23.



5. Bestimmung der Maximal-Werthe. Die grössten durch die zufällige Last hervorgerufenen Drücke, welche demnach der Berechnung der Sprengwerke zu Grunde zu legen sind, werden

$$D_s = \frac{2(1 + \mu m^3)(3 + 2n) - 6(1 + \mu m) + s(1 + m)}{2[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} p l_s$$

$$D_1 = \frac{(1 + n^3)[2 + 3n + 3\mu m(1 + n)] - [1 + 2\mu m^3\left(\frac{\xi_s'}{l_s}\right)^2\left(3 - 2\frac{\xi_s'}{l_s}\right)](1 + n)(1 + 2n)}{4ns}$$

$$+ \frac{1}{2}(n + 1) + \nu \frac{3(1 + \mu m)(1 + n) + n(3 + 2n)}{ns} \cdot \frac{[1 + 2\mu m^3\left(\frac{\xi_s'}{l_s}\right)^2\left(3 - 2\frac{\xi_s'}{l_s}\right)](3 + 2n) - 3(1 + \mu m)}{4[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} \quad \left. \vphantom{\frac{2(1 + \mu m^3)(3 + 2n) - 6(1 + \mu m) + s(1 + m)}{2[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]}} \right\} 69)$$

ξ_s' in der letzten Formel ist durch 63 bestimmt.

Für das positive Maximum von M_1 und M_s erhält man:

$$M_1 = \frac{\left\{ n^3 \left(\frac{\xi_1'}{l_1} \right)^2 \left[2 - \left(\frac{\xi_1'}{l_1} \right)^2 \right] + n^3 + 1 \right\} (2 + 3\mu m + \nu) - \left[2\mu m^3 \left(1 - \frac{\xi_s'}{l_s} \right)^2 \left(1 + 2\frac{\xi_s'}{l_s} \right) + 1 \right] (1 - \nu)}{8[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} p l_1^2 + \left. \vphantom{\frac{\left\{ n^3 \left(\frac{\xi_1'}{l_1} \right)^2 \left[2 - \left(\frac{\xi_1'}{l_1} \right)^2 \right] + n^3 + 1 \right\} (2 + 3\mu m + \nu) - \left[2\mu m^3 \left(1 - \frac{\xi_s'}{l_s} \right)^2 \left(1 + 2\frac{\xi_s'}{l_s} \right) + 1 \right] (1 - \nu)}{8[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]}} \right\} 70)$$

$$+ \frac{n}{2(2 + 2n + m)} \left[\left(1 - \frac{\xi_1'}{l_1} \right)^2 \frac{n(2 + m)}{2} + m + 1 + m^3 \frac{\xi_s'}{l_s} \left(1 - \frac{\xi_s'}{l_s} \right) \right] p l_1^2$$

worin ξ_1' und ξ_s' aus 64 bestimmt ist.

$$M_s = \frac{\left[2\mu m^3 \left(1 - \frac{\xi_s'}{l_s} \right)^2 \left(1 + 2\frac{\xi_s'}{l_s} \right) + 1 \right] [2(1 + n) + \nu] - (1 + n^3)(1 - \nu)}{8[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} p l_s^2 + \left. \vphantom{\frac{\left[2\mu m^3 \left(1 - \frac{\xi_s'}{l_s} \right)^2 \left(1 + 2\frac{\xi_s'}{l_s} \right) + 1 \right] [2(1 + n) + \nu] - (1 + n^3)(1 - \nu)}{8[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]}} \right\} \dots \dots \dots 71)$$

$$+ \frac{m(n + 1)}{2(2 + 2n + m)} \left[\frac{1}{2}(n + 1) + m \frac{\xi_s'}{l_s} \left(1 - \frac{\xi_s'}{l_s} \right) \right] p l_s^2$$

worin ξ_s' durch 65 gegeben ist. Ferner ist das absolute negative Maximum im 1. Felde

$$M_x = - \frac{n^3}{2} \left(\frac{x}{l_1} \right)^2 p l_1^2 \dots \dots \dots 72)$$

$$\frac{x}{l_1} = \frac{1}{2} - \frac{(n^3 + 1)(2 + 3\mu m + \nu) - [1 + 2\mu m^3\left(\frac{\xi_s'}{l_s}\right)^2\left(3 - 2\frac{\xi_s'}{l_s}\right)](1 - \nu)}{8n^3[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} +$$

$$+ \frac{1}{2n(2 + 2n + m)} \left[\frac{(2 + m)n}{2} + m + 1 + m^3 \frac{\xi_s'}{l_s} \left(1 - \frac{\xi_s'}{l_s} \right) \right]$$

6. Näherungsberechnung. Um zu einer vorläufigen Kenntniss der Querschnitts-Dimensionen zu gelangen, wird man wieder

$$\mu = 1, \nu = 0$$

setzen, und ergeben sich die diesbezüglichen Formeln durch diese Substitution unmittelbar aus den oben abgeleiteten.

Die untenstehende Tabelle ist für gleiche mittlere Felder, also für $m = 1$ berechnet.

$m = 1$ $n =$	Stützendrücke				Maximal-Momente					
					positive				negative	
	$D_{1,g}$	$D_{2,g}$	$D_{1,p}$	$D_{2,p}$	$M_{1,g}$	$M_{2,g}$	$M_{1,p}$	$M_{2,p}$	I. Feld	II. Feld
0.5	1.071	1.278	1.205	1.357	0.1011	0.1360	0.3475	0.3731	0.2464	0.4247
0.6	1.065	1.212	1.182	1.329	0.0964	0.1224	0.3700	0.3554	0.2736	0.4260
0.7	1.072	1.149	1.176	1.335	0.0951	0.1101	0.3887	0.3391	0.2939	0.4211
0.8	1.081	1.089	1.180	1.291	0.0966	0.0988	0.4043	0.3240	0.3119	0.4130
0.9	1.107	1.030	1.193	1.250	0.1001	0.0885	0.4175	0.3098	0.3259	0.4061
1.0	1.132	0.973	1.211	1.211	0.1053	0.0789	0.4286	0.2966	0.3389	0.3983
1.1	1.158	0.926	1.232	1.173	0.1053	0.0714	0.4379	0.2840	0.3515	0.3906
1.2	1.185	0.865	1.255	1.138	0.1187	0.0620	0.4458	0.2727	0.3610	0.3820
1.3	1.217	0.812	1.281	1.104	0.1267	0.0542	0.4525	0.2610	0.3709	0.3727
	$g \lambda$		$p \lambda$		$g \lambda^2$				$p \lambda^2$	

Belastung durch ein System von Einzellasten.

Der vorangegangenen Untersuchung wurde eine gleichmässig vertheilte Last zu Grunde gelegt. Es wäre daher

noch der Weg zur Behandlung eines Systems von Einzellasten anzugeben, einestheils um eine genauere Berechnung zu ermöglichen, andernteils um über die Grösse der anzu-

nehmenden gleichmässig vertheilten Last ein Urtheil zu gewinnen.

Das Dreiecks-Sprengwerk. Liegt auf dem Träger eine Einzellast G in der Entfernung x von der nächsten Endstütze, so wird der Stützendruck sowie das Moment an der Mittelstütze und jenes an dem betreffenden Querschnitt nach den Formeln 9 und 10

$$D_1 = \frac{1}{2(1+2\nu)} \left[3 - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right] G \frac{x}{l}$$

$$M_1 = \frac{1}{4(1+2\nu)} \left[1 - 4\nu - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right] \frac{x}{l} G l$$

$$M_x = \left\{ \frac{1}{4(1+2\nu)} \left[1 - 4\nu - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right] \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \left(1 - \frac{x}{l} \right) \frac{x}{l} \right\} G l.$$

Kommt nur eine einzige Last auf den Träger zu liegen, so werden demnach die absoluten Maxima der Momente

$$\max M_1 = \frac{1}{6} \frac{1-4\nu}{1+2\nu} \sqrt{\frac{1-4\nu}{3}} G l$$

$$\max (-M_x) = - \left[\frac{5+4\nu}{4} \left(\frac{x}{l} \right)^2 + 3(1+2\nu) \frac{x}{l} \right] G l$$

wenn x durch die Gleichung bestimmt ist

$$- \left(\frac{x}{l} \right)^3 + \frac{5+4\nu}{2} \frac{x}{l} = 1+2\nu.$$

Kommen gleichzeitig mehr als eine Last auf den Träger, so hat die directe Bestimmung der ungünstigsten Belastungsweise seine Schwierigkeit. Anhaltspunkte geben aber die folgenden Sätze. Der Druck wird zum Maximum wenn auf den Träger möglichst viele Lasten, und zwar die schwersten in der Nähe der Mittelstütze zu liegen kommen. Das grösste negative Moment tritt in einem Querschnitt auf, wenn über denselben eine Last hinweggeht und die schwersten Lasten in dem betreffenden Felde liegen.

Die ungünstigste Stellung des Zuges ist nun durch Versuche zu ermitteln, und führt am schnellsten das von Prof. Winkler auch für den continuirlichen Träger angewendete Verfahren, die Zuhilfenahme der graphischen Darstellung, zum Ziele. Man bestimme nach den oben angegebenen Formeln die Stützendrucke und die Momente M_1 und M_x , welche auftreten, wenn jede Last einzeln über

den Träger hinwegrollt, und trage die erhaltenen Grössen als Ordinaten im Angriffspunkte der Last auf. Die erhaltenen Curven geben das Mittel, um durch Summirung die durch ein gegebenes Lastsystem hervorgerufenen Maximalwerthe zu bestimmen. Bezüglich der negativen Momente werden meist wenige Versuche genügen, um jene Last zu finden, die über dem betreffenden Querschnitt liegen muss. Es ist dabei zu bemerken, dass sich die von den übrigen Lasten erzeugten Momente leicht aus dem durch M_x und M_1 bestimmten Momentendreiecke ergeben.

Ein Beispiel ist auf Tafel 31 in Fig. 1 durchgeführt.

2. Das Trapez-Sprengwerk. Die von einer in der Entfernung X von der linken Stütze liegende Einzellast G erzeugten Momente und Stützendrucke werden:

$$\text{1. Feld} \left\{ \begin{aligned} D_1 &= \frac{4+3\mu n - 2\left(\frac{x}{l_1}\right)^2}{2(2+3\mu n+\nu)} \frac{x}{l_1} G \\ M_{1,2} &= \left[\frac{1-\nu - \left(\frac{x}{l_1}\right)^2}{2(2+3\mu n+\nu)} \mp \frac{n}{2(2+n)} \right] \frac{x}{l_1} G l_1 \\ M_x &= \left\{ \left[\frac{2-\nu - \left(\frac{x}{l_1}\right)^2}{2(2+3\mu n+\nu)} + \frac{4+n}{2(2+n)} \right] \left(\frac{x}{l_1} \right)^2 - \frac{x}{l_1} \right\} G l_1. \end{aligned} \right.$$

$$\text{2. Feld} \left\{ \begin{aligned} D_1 &= 6 \frac{\frac{x}{l_2} \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) n^2 + 2 + 3\mu n}{2(2+3\mu n+\nu)} G \\ M_{1,2} &= \left[\frac{\frac{x}{l_2} \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) 3n^2 - \nu}{2(2+3\mu n+\nu)} \mp \frac{n}{2(2+n)} \left(1 - 2\frac{x}{l_2} \right) \right] G l_1 \\ M_x &= \left[n \left(\frac{x}{l_2} \right)^2 - (1+n) \frac{x}{l_2} \right] \frac{n}{2+n} G l_1 + M_1. \end{aligned} \right.$$

Bezüglich der Behandlung eines Systems von Einzel-lasten gilt ganz das oben gesagte. Dieselbe ist auch aus dem in Fig. 2 auf Tafel 31 durchgeführten Beispiele ersichtlich.

3. Das combinirte Trapez-Sprengwerk. Für eine Einzellast G gelten die folgenden Formeln:

$$\text{1. Feld} \left\{ \begin{aligned} D_2 &= - \frac{3n^2(1+\mu m)}{2s} \frac{x}{l_1} \left[1 - \left(\frac{x}{l_2} \right)^2 \right] G \\ D_1 &= \left\{ \frac{n[3n+2+3\mu m(1+n)]}{2s} \frac{x}{l_1} \left[1 - \left(\frac{x}{l_1} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \frac{x}{l_1} \right\} G \\ M_{1,2} &= \left\{ \frac{n^2(2+3\mu m)}{2s} \frac{x}{l_1} \left[1 - \left(\frac{x}{l_1} \right)^2 \right] \mp \frac{n(2+m)}{2(2+2n+m)} \frac{x}{l_1} \right\} G l_2 \\ M_{2,3} &= \left\{ - \frac{n^2}{2s} \frac{x}{l_1} \left[1 - \left(\frac{x}{l_1} \right)^2 \right] \mp \frac{m n}{2(2+2n+m)} \frac{x}{l_1} \right\} G l_2 \\ M_x &= M_1 \frac{x}{l_1} - n \frac{x}{l_1} \left(1 - \frac{x}{l_1} \right) G l_2. \end{aligned} \right.$$

2. Feld

$$D_2 = \frac{s + (2n + 3) \left[1 - \left(\frac{x}{l_2} \right)^2 \right] - 3(1 + \mu m) \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) \left(2 - \frac{x}{l_2} \right)}{2[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} \frac{x}{l_2} G$$

$$D_1 = \left\{ \frac{[3n + 2 + 3\mu m(1 + n) + \nu] \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) \left(2 - \frac{x}{l_2} \right) - (2n^2 + 3n + 1 - \nu) \left[1 - \left(\frac{x}{l_2} \right)^2 \right] + [3(1 + \mu m)(1 + n) + n(3 + 2n)\nu]}{2n[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} \cdot \frac{x}{l_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{x}{l_2} \right\} G$$

$$M_{1,2} = \left\{ \frac{(2 + 3\mu m + \nu) \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) \left(2 - \frac{x}{l_2} \right) - (1 - \nu) \left[1 - \left(\frac{x}{l_2} \right)^2 \right]}{2[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} \frac{x}{l_2} \mp \frac{n(m + 2 - 2\frac{x}{l_2})}{2(2 + 2n + m)} \right\} Gl_2$$

$$M_{2,3} = \left\{ \frac{[2(1 + n) + \nu] \left[1 - \left(\frac{x}{l_2} \right)^2 \right] - (1 - \nu) \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) \left(2 - \frac{x}{l_2} \right)}{2[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} \frac{x}{l_2} \mp \frac{m(n + \frac{x}{l_2})}{2(2 + 2n + m)} \right\} Gl_2$$

$$Mx = M_1 - \frac{M_1 - M_2}{l_2} x - \frac{x}{l_2} \left(1 - \frac{x}{l_2} \right) Gl_2.$$

3. Feld

$$D_2 = \frac{3\mu m^2(2n + 3) \frac{x}{l_3} \left(1 - \frac{x}{l_3} \right) + s}{2[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} G$$

$$D_1 = \frac{-3\mu m^2(2n^2 + 3n + 1 - \nu) \frac{x}{l_3} \left(1 - \frac{x}{l_3} \right) + [3(1 + \mu m)(1 + n) + n(3 + 2n)]\nu}{2n[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} G.$$

$$M_{1,3} = \left\{ \frac{-3\mu m^2(1 - \nu) \left(1 - \frac{x}{l_3} \right) \frac{x}{l_3}}{2[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} \mp \frac{nm(1 - 2\frac{x}{l_3})}{2(2 + 2n + m)} \right\} Gl_2$$

$$M_{2,3} = \left\{ \frac{3\mu m^2[2(1 + n) + \nu] \left(1 - \frac{x}{l_3} \right) \frac{x}{l_3}}{2[s + \nu(6 + 2n + 3\mu m)]} \mp \frac{m(1 + n)}{2(2 + 2n + m)} \left(1 - 2\frac{x}{l_3} \right) \right\} Gl_2$$

$$Mx = M_2 + \left\{ \frac{m(1 + n)}{2 + 2n + m} \left(1 - 2\frac{x}{l_3} \right) \frac{x}{l_2} - m \frac{x}{l_3} \left(1 - \frac{x}{l_3} \right) \right\} Gl_2.$$

In den auf Tafel 31 dargestellten Beispielen wurden zum Vergleiche in einer Hälfte des Trägers die einer gleichmässig vertheilten Belastung entsprechenden Momentencurven gezeichnet, welche Belastung so bestimmt wurde, dass die Maximalmomente gleich gross mit jenen durch die Einzellasten hervorgerufen wurden. Es geht daraus hervor, dass diese Belastung wesentlich grösser anzunehmen ist, als für die einfachen Träger, und zwar ergibt sich aus mehreren durchgeführten Beispielen, dass für Spannweiten bis zu 25^m und bei einer Belastung durch Locomotiven von den in der Zeichnung angegebenen Verhältnissen die der Berechnung der Momente zu Grunde zu legende zufällige Last etwa gesetzt werden kann

$$p = 5.46 + \frac{37}{L}.$$

In gleicher Weise findet man für die gleichmässig vertheilte Belastung, welche gleich grossen Stützendruck, wie das gegebene Lastsystem hervorruft, und daher der Berechnung der Sprengwerke bei den Systemen I und II zu Grunde zu legen ist

$$p_1 = 4.5 + \frac{20}{L}.$$

Beim System III ist die aus obiger Formel erhaltene zufällige Last für die Berechnung des äusseren Sprengwerkes um 18—25% grösser, für die Berechnung des innern Sprengwerkes um beiläufig ebensoviel kleiner anzunehmen.

Schlussbemerkung. Die oben entwickelten Resultate, welche zunächst zeigen, dass die auf den Streckträger wirkenden Momente durch die Nachgiebigkeit der Stützpunkte beim System II sich nahezu verdoppeln, beim System III sich mehr als verdreifachen, gelten natürlich strenge nur unter der Annahme gelenkartiger Verbindung in den Eckpunkten des Trapezsprengwerkes. Ist dieselbe nicht vorhanden, sondern die freie Beweglichkeit durch Zwickel oder Zangen beschränkt, so lässt sich zwar behaupten, dass dadurch die Beanspruchung des Streckbalkens nicht erhöht, sondern um ein gewisses vermindert wird, die Grösse dieser Verminderung entzieht sich jedoch der Berechnung, und man wird, um sicher zu gehen, darauf auch nur in geringem Maasse Rücksicht nehmen.

Als diese Arbeit geschrieben wurde, war eine exacte Theorie der Sprengwerksbrücken unter Rücksichtnahme auf die Formänderung des Sprengwerkes und auf die ungünstigste Belastungsweise noch nicht ver-

öffentlich; jedoch hat bereits seit einer Reihe von Jahren Professor E. Winkler in seinen Vorträgen am hiesigen Polytechnikum den Weg angedeutet, nach welchen eine solche genaue Berechnung durchzuführen ist.

In jüngster Zeit — während der Drucklegung dieses Aufsatzes — erschienen nun zwei Publicationen, welche ebenfalls diesen Gegenstand behandeln. Die eine rührt von Professor Fränkel her (Civilingenieur 1876, Heft 1) und umfasst eine analytische Theorie des einfachen Trapezsprengwerkes mit 3 gleichen Feldern, wobei von dem Satze Gebrauch gemacht wird, dass der Druck auf eine mittlere Stütze des Sprengwerkes gleich dem arithmetischen Mittel aus den Drücken ist, die beim gewöhnlichen continuirlichen Träger in den Mittelstützen auftreten. Fast zu gleicher Zeit hat Professor Holzhey (Vorträge über Baumechanik, 5. Lieferung) eine Abhandlung über Sprengwerksbrücken veröffentlicht, in welcher ebenfalls die genaue Theorie Berücksichtigung findet.

Continuirliche Träger auf balancirten Stützen.

Graphische Behandlung.

Bearbeitet von

F. Steiner,

Privatdocent für graphisches Rechnen und graphische Statik an der k. k. technischen Hochschule in Wien.

(Mit Zeichnungen auf Blatt Nr. 32 und 33.)

Sind die Stützen, auf denen ein continuirlicher Träger ruht, nicht fest, sondern beweglich, und ist das Gesetz ihrer Veränderlichkeit bekannt, so ist es leicht, jene Modificationen anzugeben, welche die auftretenden Momente und Transversalkräfte hiedurch erleiden, und die graphische Ermittlung derselben direct zu zeigen.

Als einer der Fälle dieser Kategorie, der in der Praxis wohl am häufigsten vorkommt, ist der durch ein Trapez-Sprengwerk unterstützte Balken zu nennen; auf ihn wollen wir uns zunächst beziehen, geben aber zum Schlusse noch die praktischen Fälle an, auf welche die entwickelte Theorie ebenfalls direct anwendbar ist.

§. 1. Voraussetzungen (Fig. 1*). Wir nehmen hinsichtlich des Streckbalkens an, dass sich derselbe continuirlich über die Punkte $A C D B$ erstrecke, und dass die Stützen A und B stets in einer Horizontalen bleiben, wenn auch eine kleine seitliche Verrückung derselben eintritt. Wir werden ferner vorläufig den Querschnitt des Streckbalkens als constant betrachten, und erst später (in §. 13) der Variabilität desselben Rechnung tragen. Hinsichtlich der Stützpunkte C und D sei bemerkt, dass wir dieselben als so beschaffen ansehen, dass um dieselben die Tangente der elastischen Linie sich drehen kann, die Axe des Balkens also in nicht mehr als einem Punkte an den Auflagerstellen fixirt sei. Die Längen der Felder AC und DB sollen einander gleich und im Allgemeinen von der des Mittelfeldes CD verschieden sein.

Hinsichtlich des Trapezsprengwerkes soll die Annahme gemacht werden, dass die Punkte $E C D F$ gelenkförmig durchgeführt seien. In den ersteren Paragraphen sollen die Theile als unelastisch angesehen werden, doch werden wir später auf die elastischen Veränderungen derselben, welche

*) Sämmtliche Figuren-Angaben beziehen sich, wenn das Gegenheil nicht ausdrücklich angegeben, auf Tafel 32.

durch die auftretenden Kräfte bedingt werden, Rücksicht nehmen. Wir setzen endlich die Kenntniss der graphischen Behandlung des continuirlichen Trägers mit festen Stützen voraus und beziehen uns dabei auf die Arbeit Dr. E. Winkler's im Jahrgange 1872 dieser Zeitschrift.

§. 2. Allgemeines (Fig 2). Ein Trapezsprengwerk von der beschriebenen Beschaffenheit bleibt, abgesehen von den elastischen Formveränderungen, welche es durch die auftretenden Kräfte erfährt, nur dann in Ruhe, wenn die auf C und D wirkenden Drücke einander gleich sind. Wäre dies nicht der Fall, so würde sich der Punct, auf welchen der grössere Druck ausgeübt wird, senken, der andere heben, und die Construction würde, wenn sie ohne weitere Unterstützung bliebe, in sich zusammenstürzen. Im vorliegenden Falle wird dies von dem Streckträger verhindert.

Fassen wir nunmehr den Streckträger AB in's Auge und denken wir uns einen Moment lang das Sprengwerk als starr, so wird sich der Balken wie ein auf den festen Punkten $A B C D$ liegender continuirlicher Träger verhalten. Eine in P befindliche Einzellast G wird die Stützenreactionen $D_1 D_2 D_3 D_4$ erzeugen, deren Grösse und Sinn von, der Lage der Last abhängt. Liegt die Last nicht in der Mitte oder direct auf einer der Stützen A und B , so sind die auf das Sprengwerk den Stützenreactionen entgegengesetzt wirkenden Kräfte D_2 und D_3 nicht gleich gross, in Folge dessen wird eine Deformation des Sprengwerkes bewirkt. Dort, wo der grössere Druck auftritt, wird sich die Stütze senken, im anderen Punkte heben.

Diese Bewegung geschieht jedoch nicht unabhängig, denn sie wird gleichzeitig eine Veränderung in der Höhenlage der Stützen des Streckbalkens, und dadurch so lange eine Veränderung der in C und D auftretenden Reactionen bewirken, bis $D_2 = D_3$ wird, und sich dadurch das Sprengwerk in den Gleichgewichtszustand setzt*). Wir haben daher zu beachten, dass im Momente des Gleichgewichtes die Stützendrücke D_2 und D_3 einander gleich werden. Diese zu erfüllende Bedingung würde für sich genommen noch nicht zur Bestimmung der äusseren Kräfte ausreichen, wir werden jedoch sofort eine weitere Beziehung kennen lernen, die die noch fehlende Bedingung liefert.

Es sei G' eine in P wirkende Einzellast, D'_2 und D'_3 seien die Stützendrücke, welche in C und D für gleich hohe Lage dieser Punkte auftreten, D' sei der im endgiltigen Gleichgewichtszustand wirkende Druck, in welchem sich die Reactionen D'_2 und D'_3 durch die Nachgiebigkeit der Stützpunkte verändern.

Eine im Bezug auf die Trägermitte M von AB symmetrisch liegende Last G'' wird in C die Reaction D''_2 , in D die Reaction D''_3 erzeugen. Ist

$$G' = G'',$$

so wird in Folge der Symmetrie

$$D'_2 = D''_2, \quad D'_3 = D''_3 \quad \dots \dots \dots 1)$$

Wirken beide Lasten G' und G'' gleichzeitig, so tritt keine Verschiebung des Sprengwerkes ein. Die Stützpunkte

*) Hierbei kommt dieses streng genommen keineswegs sofort in Ruhe, sondern wird um diesen seinen Gleichgewichtszustand oscilliren, bis die aufgenommene Arbeit durch die Widerstände, welche sich diesen Bewegungen entgegensetzen, aufgezehrt ist.

bleiben unveränderlich, der Träger verhält sich wie ein auf gleich hohen Stützen liegender continuirlicher Balken und die in C und D endgiltig auftretenden Reactionen werden $D'_2 + D''_2$ und $D'_3 + D''_3$.

Diese Stützendrücke sind, wieder das Sprengwerk mit in Beachtung gezogen, doppelt so gross als im ersten Falle, da von beiden symmetrisch liegenden Lasten in C und D je der Druck $D' = D''$ erzeugt wird.

Wir haben daher

$$2 D' = D'_2 + D''_2,$$

oder auch nach 1)

$$D' = \frac{D'_2 + D''_2}{2} \dots \dots \dots 2)$$

das heisst in Worten:

Der Einfluss des Sprengwerkes besteht darin, dass die an den Mittelstützen bei gleich hohen Stützpunkten entstehenden Reactionen sich in zwei andere, einander gleiche Kräfte verwandeln, von denen jede dem arithmetischen Mittel der beiden ersteren gleich ist.

Die Regel bleibt auch dann noch gültig, wenn man es mit einer Summenwirkung von Einzelbelastungen, respective einer beliebigen Belastung zu thun hat.

Ausser den hier betrachteten Hebungen und Senkungen der Stützen kommen noch die seitlichen Verschiebungen in Betracht, bleiben hiebei (Fig. 1) die Punkte A und B in einer Geraden, so entfällt der Einfluss dieser Verschiebung und man hat es nur mit den Veränderungen der Höhenlage bei C und D zu thun.

§. 3. Beliebige Belastung. Es sei in Fig. 3 das für eine beliebige Belastung Fig. 3 a construirte, in Fig. 3 b durch eine punctirte Linie markirte Seilpolygon für den Fall eingetragen, dass AB als continuirlicher auf gleich hohen Stützen liegender Balken betrachtet werde. Wir wollen in allen folgenden Fällen die unter dieser Annahme gezeichneten Werthe die für starre Stützpunkte nennen.

Verlängert man die Seilpolygon-Tangenten in C und D bis zum Schnitte mit dem Pfeilerverticalen in A und B , so stellen die Abschnitte US und VT Strecken dar, welche den in C und D auftretenden Stützendrücken proportional sind, respective ihnen gleich werden, wenn man die erste Poldistanz gleich der äusseren Felderlänge l wählen würde. Da die einfache Momentenfläche unabhängig von der Höhenlage der Stützen und nur abhängig von der Belastungsweise innerhalb der Auflagerstellen und der gewählten Poldistanz ist, bleiben die Punkte U und V fest, wie immer sich auch die Höhenlage der Stützen ändern möge. Sollen demnach US und VT einander gleich werden, so braucht man nur durch den Punkt M , in welchem die Verticale durch die Mitte die Gerade ST schneidet, eine Parallele $S'T'$ zu UV zu ziehen.

ST stellt die Schlusslinie der einfachen Momentenfläche vor, welche zur Geltung käme, wenn die Belastung des Mittelfeldes auf den einfachen Träger AB wirken würde. Die Höhe NN' muss auch nach Aenderung der Stützenhöhenlage dieselbe bleiben, man braucht demnach nur $NN' = N_1 N'_1$ zu machen und erhält dadurch die richtige Tangenten der Seilcurve im Mittelfelde. Die Punkte C, D , in denen diese die Pfeilerverticalen in C und D schneiden, geben, mit U und V verbunden, die Tangenten an die Seil-

curven der äusseren Felder. Alles Uebrige ist aus der Figur ersichtlich.

Die Ermittlung der Seilcurve, respective die Lage der Momentenflächen für feste Unterstützungspunkte kann mit Hilfe der analytisch berechneten Normalmomente, oder ganz auf Grund graphischer Behandlung (siehe auch Winkler's „Äussere Kräfte gerader Träger“, S. 194, II. Auflage) erfolgen. Fig. 4 c und d stellen die Art der Bestimmung der Stützenreactionen aus dem Seilpolygone mittelst des Kräftepolygons dar; hierbei bezieht sich Fig. 4 c auf feste, Fig. 4 d auf bewegliche Stützpunkte, wie letztere durch das Sprengwerk geboten werden. Fig. 4 e zeigt die Darstellung der Transversalkräfte für den durch das Trapezsprengwerk unterstützten, von der in Fig. 4 a versinnlichten Belastung afficirten Streckträger.

Durch die Höhenänderungen der Stützpunkte erleiden die bei fester Lage derselben über denselben auftretenden Normalmomente Veränderungen. Das Moment an dem sich senkenden Auflagerpunkte erhält, wie Fig. 4 b zeigt, einen negativen $C_1 C_2$, das an der sich hebenden Stütze einen positiven, der Grösse nach dem vorigen gleichen Zuwachs $D_1 D_2$. Die für eine beliebige Belastung bei starren Stützen auftretende Momentenfläche wird daher ihrer Grösse nach durch die Senkung der Stützen, welche das Sprengwerk bedingt, keine Veränderungen erleiden, da die zur Momentenfläche für feste Stützpunkte hinzu kommende, Fig. 4 f , den Werth null aufweist.

Aus dem Umstande, dass die in Folge der Verschiebung der Stützen an denselben entstehenden Momente gleich gross sind, lässt sich sofort zeigen, dass die Aenderungen, welche die Höhenlagen der Stützen erfahren, derartig sind, dass die Senkung der einen, einer ebenso grossen Hebung der andern entspricht. Sind JJ' die Fixpunkte des Mittelfeldes für starre Stützpunkte, deren Ermittlung Fig. 4 a zeigt, $i i'$ die Fixpunctsverticalen, $u u'$ die Drittelverticalen des Innen-, $v v'$ die Drittelverticalen des Aussenfeldes, endlich $w w'$ die verschränkten Pfeilerverticalen, wählt man endlich C als Höhenlage der einen Stütze und nimmt die Lage der ersten Seite des zweiten Seilpolygons mit $A V$ an, was beides willkürlich bleibt, so lange man nicht eine bestimmte zweite Poldistanz und eine bestimmte Grösse des Productes EW aus Elasticitäts-Coëfficient und Trägheits-Moment im Auge hat, so sind nach dem Satze, dass die mittlere Seite des zweiten Seilpolygons auf der Stützenverticalen, das dem Momente proportionale Stück abschneidet, alle übrigen Linien für das zweite Seilpolygon gegeben. Da ferner die Geraden $vw i u$ symmetrisch zu $u' i' w' v'$ in Bezug auf die Mittellinien anliegen und $CC' = D' D$ sein muss, so ergibt sich, dass das ganze Gebilde links von M dem Gebilde rechts von M symmetrisch, mithin auch $CC' = D' D$ sein müsse, wodurch das oben ausgesprochene bewiesen erscheint. Es hätte sich leicht umgekehrt erst die Gleichheit der Stützenänderungen, und daraus die Beziehung an Fig. 3 ableiten lassen.

§. 4. Einzellast im Mittelfeld (Fig. 5). Es sei CPD die einfache Momentenfläche für eine in der Verticalen PP wirkende Einzellast G . Macht man

$$P' P'' = P' P''' = C D$$

und verbindet die Punkte P'' und P''' mit P durch Gerade, so schneiden diese die Verticalen durch C und D in Punkten K und K' ; die Strecken DK und CK' sind die Abstände der Kreuzlinien in den Pfeilerverticalen, die Geraden KC und $K'D$ geben die Kreuzlinien selbst. Werden letztere von den Fixpunctsverticalen in den Punkten J und J' geschnitten, so gibt die Gerade $A, J J' B$, die Schlusslinie des Seilpolygons für feste Stützpunkte, die Abstände A, S und

B_2 , T repräsentiren den Stützendrücken in C und D proportionale Strecken. Für bewegliche Stützpunkte muss die Schlusslinie zu ST parallel werden. Wir machen dies abweichend von dem allgemeinen Vorgange in Fig. 3 so, dass wir direct durch M parallel zu ST die Schlusslinie ziehen. Man bekommt hiedurch A_1 und B_1 , welche mit C und D verbunden, die richtige Lage des Seilpolygons geben. Die schraffierte Fläche zeigt, wie sich die Momente in jedem Querschnitte für eine in P liegende Einzellast gestalten. In Fig. 5 c ist die Construction der Stützendrücke aus dem Seilpolygon mit Hilfe der ersten Poldistanz a durchgeführt. Fig. 5 d stellt die Transversalkräfte dar.

Wählt man die einfache Momentenfläche stets so, dass P auf p einer Parallelen zu AB bleibt und die Seiten PC und PD durch C und D gehen, so umhüllt die Schlusslinie ST eine Curve zweiter Classe; denn die Punctreihen P , S und T sind zu einander projectivisch.

Dem unendlich fernen Puncte von P entspricht AB als Verbindungslinie. AB ist mithin eine Tangente an die Curve. Auch die Träger von S und T (die Pfeilerverticalen) müssen Tangenten sein; daraus, so wie aus dem Umstande, dass der Mitte der Strecke NN' die horizontale Tangente entspricht folgt, dass die Curve eine Ellipse sei, deren eine Axe horizontal und deren andere vertical ist und deren Mittelpunkt in O liegt.

Verschiebt sich P auf p successive um gleiche Stücke nach rechts oder links, so rückt K und mithin auch J' um gleiche Stücke nach ab- oder aufwärts, K und mithin auch J um gleiche Stücke nach auf- oder abwärts, woraus sofort folgt, dass JJ' sich stets um M dreht.

§. 5. Einzellast im Endfeld (Fig. 6). Liegt eine Einzellast in P' und ist APC die einfache Momentenfläche, so braucht man nur $P'P'' = AC$ zu machen, dann schneidet $P''P$ auf der Pfeilerverticalen in A den Abstand der Kreuzlinien ab. $K'C$ gibt die Kreuzlinie selbst, sie treffe die Fixpunctsverticalen in J_1 ; wählt man $AC_1 D_1 B_1$ als Schlusslinie, so ist $C C_1$ schon das Normalmoment für feste Stützpunkte, die Gerade CJ' schneidet auf der Pfeilerverticalen in D das zweite Normalmoment bei festen Stützpunkten ab. Für bewegliche Stützpunkte muss, da T und B_1 fest bleiben, $C_2 D_2$ die Seilpolygonseite des Mittelfeldes parallel zu $T B_1$ werden und da das Moment in der Mitte dasselbe bleibt, diese Gerade durch M gehen. Verbindet man C_2 mit T und den Durchschnittspunct dieser Geraden mit der Linie PP' das ist P_2 mit A , ausserdem D_2 mit B_1 , so erhält man das in der Fig. eingezeichnete, durch Schraffirung hervorgehobene Seilpolygon, das bei beweglichen Stützpunkten der Last in P' entspricht. Hieraus ist es nach den bekannten Regeln vom Kräftepolygon leicht, die Stützendrücke (siehe Fig. 6 d) und die in jedem Puncte auftretende Transversalkraft zu construiren.

Wählt man die einfache Momentenfläche APC so, dass die Strecke CC_1 , die das Normalmoment in C darstellt, bei festen Stützen stets dieselbe bleibt, so muss P auf einer Curve zweiter Ordnung liegen, welche als Erzeugniss des Parallel-Strahlenbüschels der PP' und des Büschels der Strahlen KP'' , welche beide projectivisch verwandt sind, entsteht. Die Curve ist eine Hyperbel, AB ihre Assymtote, $K'C$ eine Tangente, K' der Berührungspunct.

So lange $C_1 M$ für keinen der Puncte P parallel zu $T B_1$ wird, so lange fällt das Normalmoment $C_1 C_2$ negativ aus; wird hingegen, und dieser Umstand ist einzig von dem Felderhältniss abhängig, für eine mögliche Lage von P im Felde AC die Gerade $C_1 M$ parallel zu $T B_1$, so können in C_1 auch positive Momente durch eine im ersten Felde liegende Einzellast entstehen. Es ist dies dann der Fall, wenn das Mittelfeld kleiner als das Endfeld ist. Die analytische Untersuchung

gibt als äusserste Grenze, wie aus Formel 39 in vorstehendem Artikel hervorgeht, für $\mu = 1$ $v = 0$ die Gleichung

$$3n^2 + n - 2 = 0 \text{ woraus } n = 1 \frac{1}{7} = \frac{2}{3} \text{ folgt.}$$

Fig. 7 zeigt eine Construction für diesen Fall, der sich ganz so wie in Fig. 6 erledigt. Wir haben diesen Unterschied hier nur deshalb getroffen, weil er bei Bestimmung der ungünstigsten Belastungsweise mit in Frage kommt.

Die in §. 4 und 5 gezeigten Constructionen lassen den Fall für eine direct über C oder D liegende Last unerledigt. Hiebei führt folgende aus §. 2 sich ergebende Betrachtung sofort zum Ziel.

Die Last G in D erzeugt bei festen Stützpunkten in C den Stützendruck $D_2 = 0$ in D , die Reaction $D_3 = G$, bei beweglichen Puncten wird

$$D'_2 = D'_3 = \frac{D_2 + D_3}{2} = \frac{G}{2};$$

man hat daher nur ein Seilpolygon zu construiren, wobei in C die Kraft $\frac{G}{2}$ in D die Kraft $G - D'_3 = \frac{G}{2}$ wirkt.

Die Parallele zur Schlusslinie $A_2 B_2$ liefert im Kräftepolygon die Stützendrücke D_1 und D_4 .

§. 6. Einzellastsysteme. Hat man es nicht mit einer Einzellast, sondern mit einer beliebigen ruhenden Belastung zu thun, so wird man ganz nach §. 3 vorgehen und das Seilpolygon erst für den Träger unter Voraussetzung fester Stützpunkte construiren, dann aber die oben gezeigte Umformung vornehmen.

Für Belastungen, welche gegen die Mitte symmetrisch liegen, bleibt die Construction für feste Stützpunkte ohne Veränderungen auch für die beweglichen gültig. Fig. 10 zeigt die Durchführung für eine gleichförmig vertheilte Last.

Hat man es mit einem Systeme von Einzellasten zu thun, so empfiehlt es sich für eine Reihe von Querschnitten X , die gefährlichste Laststellung und das durch sie erzeugte Moment, resp. die Transversalkraft zu bestimmen.

Man construirt zu diesem Ende für jeden der Querschnitte X je eine Curve, welche man erhält, indem man das in X , entstehende Moment an der variablen Angriffsstelle der Einzellast als Ordinate aufträgt.

In Tafel 33 wurde die Construction dieser Curven für eine Reihe von Querschnitten I, II, III, IV, V und VI durchgeführt.

In Figur 10 ist die I. dieser Curven herausgezeichnet.

Die Ordinaten $Y_1 Y_2 Y_3 \dots$ geben die Momente, welche in I entstehen, wenn in $Y_1 Y_2 Y_3 \dots$ etc., eine Einzellast von der Grösse G liegt.

Handelt es sich um Ermittlung des grössten Momentes, welches in I durch ein gegebenes Lastsystem erzeugt werden kann, so markirt man sich das Lastsystem mittelst eines beweglichen Papierstreifen und bestimmt versuchsweise durch Verschieben desselben jene Lage, bei welcher die Summe der Ordinaten an den Angriffsstellen ein Maximum wird. Hiebei ist jede Ordinate zuvor mit dem Verhältniss zu multipliciren, in welchem die zugehörige Last zu jener steht, auf Grund derer die Curve construirt wurde. Die Betrachtung der Curven zeigt, dass das grösste negative Moment stets im fraglichen Querschnitte entsteht.

Fig. 10 zeigt die Stellung für ein System von 6 Lasten für das Maximum der negativen Momente. Die

Ordinaten Y , welche sich auf die Lasten 9 beziehen, sind nur mit $\frac{1}{3}$ ihrer Länge in die Addition der Strecken Y einzubeziehen.

In der Tafel 33 ist ein Beispiel für ein Sprengwerk von 26^m Spannweite, bestehend aus drei Feldern dargestellt. Als bewegliches Lastsystem wurden zwei Locomotive von den bezeichneten Raddrücken und Achsständen angenommen.

Die in Fig. 10 für I gezeichnete ungünstigste Stellung wurde für jeden Querschnitt bestimmt, und daraus die unten versinnlichte Momentenfläche erhalten.

Die Figuren für die Einzellast unterscheiden sich einigermaßen von den in §§. 4 und 5 vorgeführten dadurch, dass das Seilpolygon schliesslich in Bezug auf die horizontale Schlusslinie gezeichnet ist.

Als Ausdrücke für die Maximalmomente wurde nicht die ganze Summe der aus dem Schema Fig. 2, Tafel 33 erhaltenen Momente, sondern nur der dritte Theil derselben als Ordinate aufgetragen. Die Maassstabeinheit zur Abmessung der Momente in Fig. 3, Tafel 32 ist daher ebenfalls gleich dem dritten Theil der Momenten-Maassstabeinheit für Fig. 1, 2 zu nehmen.

Die zweite Hälfte der Tafel zeigt die analoge Durchführung für die Transversalkräfte, ebenfalls mit Hilfe von Curven, von denen für jeden Querschnitt X eine construirt wird, nach dem Principe, dass die in X durch Einwirkung einer Einzellast in Y entstehende Transversalkraft, in Y als Ordinate aufgetragen wird. Curve III ist speciell bezeichnet. Nach demselben Principe wurde eine Curve für den in C und D entstehenden Stützendruck construirt.

§. 7. Gefährlichste Stellung einer gleichförmig vertheilten Last (Fig. 11). Die in §§. 4 und 5 gegebenen Regeln über die Constructionen für eine Einzellast gestatten sofort die Ermittlung des Gesetzes der ungünstigsten Belastungsweise.

Betrachten wir zunächst eine Last im Endfelde und zugleich jenen schon oben als allgemeiner erkannten Fall, bei welchem das Mittelfeld kleiner als $\frac{1}{3}$ des Endfeldes ist.

Untersuchen wir zunächst die Stellung für die negativen Momente.

Bewegt sich P auf der Hyperbel h (Fig. 11b und 6b), also die Last von A bis C , so bleibt das Moment für jeden Punct zwischen I und A negativ, für jeden Querschnitt X zwischen diesen Puncten muss daher das ganze Feld belastet sein.

Liegt X innerhalb IC , so bleibt das Moment so lange positiv, bis P an jenen Punct Y kommt, für welchen X zum Wendepunct der elastischen Linie wird (in welchem das Moment null wird), wenn in Y eine Einzellast liegt.

Es muss daher $A Y$ frei von Belastung sein.

Erforschen wir weiter den Einfluss, den eine im Mittelfeld liegende Last auf einen Querschnitt des Endfeldes hervorruft (siehe Fig. 11a). Das Moment bleibt, wenn eine Last von C gegen D rückt, so lange negativ, bis P an einen Punct kommt, für welchen das Moment in C null wird. Die constructive Ermittlung dieses Punctes ist mit Hilfe der in §. 5 entwickelten Ellipse sofort durchzuführen, wenn man bedenkt, dass für diese Lastlage die Tangente an die Ellipse parallel zu MC werden muss (siehe Fig. 5).

Solche Puncte existiren im Mittelfelde zwei (F_1, F_2 , Fig. 11c), von der Mitte um gleichviel abstehende; wir wollen sie die Fixpuncte des Mittelfeldes nennen.

Betrachten wir nunmehr den Einfluss, den eine im Endfelde liegende Last auf einen Querschnitt im Mittelfelde nimmt (siehe auch Fig. 6 und 7). Rückt eine Last von A

gegen C , so bleibt das Moment für einen Punct X innerhalb CM positiv, bis die Last zu einem Puncte Y_2 gelangt, in welchem sie liegen muss, damit X zum Wendepuncte der elastischen Linie wird. Es darf daher nur Y, C von der Last bedeckt sein.

Eine Last im Mittelfelde weiter erzeugt von C gegen D rückend solange ein negatives Moment, bis P wieder zu einem Puncte Y_2 gelangt, für welchen X zum Wendepuncte der elastischen Linie wird, wenn in Y_2 eine Einzellast liegt. Für die Trägermitte X_2 fallen die Puncte Y und Y_2 mit den Stützen zusammen.

Eine im Felde DB liegende Einzellast endlich erzeugt, wie man durch Umkehrung der Bezeichnungsweise in den bezüglich Figuren sofort erkennen wird, im Endfelde AC stets ein positives, im Theile CM ebenfalls stets ein positives Moment; die Construction der für einen bestimmten Querschnitt nöthigen Puncte Y kann, wenn es sich um ein Y im Endfelde handelt, leicht mit Hilfe der erklärten Hyperbel erfolgen. Schwieriger ist die Sache im Mittelfelde, da die directe Construction mit der gleichförmig vertheilten Belastung die Berechnung oder graphische Ermittlung der Kreuzlinien für jede Belastungsart verlangt, diese aber für derartige unregelmässig gelegene belastete Strecken ziemlich langwierig ist.

Dort aber ist man ebenfalls mit Hilfe der Ellipse im Stande, für ein gegebenes Belastungsende den Punct zu bestimmen, für welchen diese Lastvertheilung die ungünstigste ist; daher, ähnlich wie dies beim continuirlichen Balken mit festen Stützen geschieht, der umgekehrte Weg einzuschlagen sein würde.

In den meisten Fällen wird es jedoch besser sein, sich bei diesen Constructionen der im vorigen Paragraph gezeigten Methode zu bedienen, die auch für gleichförmig vertheilte Belastung nach dem Ziele führt. So gibt für den Querschnitt I in Figur 10, die Fläche F_1 das grösste negative, F_2 das grösste positive Moment für eine Belastung G per Einheit. Die Durchschnittspuncte der Curve mit der Trägeraxe AD geben die Stellen, bis zu welchen die Last reichen muss.

Für die positiven Momente sind die im obigen Falle nicht belasteten Stellen als von der zufälligen Last bedeckt anzunehmen. Fig. 11 zeigt Belastungsschemen für verschiedene Puncte. Das Belastungsschema wird ein einfacheres, wenn I in AC mit der Stütze C zusammen fällt, es kommt dann für Puncte in AC nur die Belastung des ganzen Endfeldes in Frage.

§. 8. Transversalkräfte. Wir nennen die Transversalkraft positiv, wenn sie in Bezug auf einen links vom fraglichen Schnitt wirkenden Trägertheil nach oben wirkt. Zählen wir die Abscissen von A aus, so ist demnach die Transversalkraft negativ, wenn die Tangente des Neigungswinkels der durchschnittenen Seilpolygone mit der Axe positiv ist.

Für einen Querschnitt im Endfelde wird, wie sich aus Fig. 11 sofort ergibt, Q stets negativ, wenn eine Last links vom fraglichen Schnitt, positiv, wenn sie rechts vom fraglichen Schnitt wirkt. Eine Einzellast im Mittel-

felde erzeugt so lange im Endfelde eine positive Transversalkraft, als sie zwischen der begrenzenden Stütze des fraglichen Feldes und dem nächsten Fixpuncte liegt. Für einen Querschnitt im Mittelfelde muss die Last vom fraglichen Schnitt bis zur letzten Stütze nach rechts sich erstrecken, soll sie das positive Maximum erzeugen, wie sich sofort bei Betrachtung von Fig. 6 und 7 ergibt.

Hinsichtlich der negativen Transversalkräfte gilt das entgegengesetzte Belastungsschema.

Fig. 12 zeigt die Verhältnisse hinsichtlich der positiven Transversalkräfte.

Maximum des Stützdruckes in C oder D .

Da jede Einzellast, wie aus dem Vorigen hervorgeht, auf die Mittelstützen einen positiven Stützdruck erzeugt, ist für den Maximalwerth der ganze Träger belastet anzunehmen (siehe Fig. 13).

Tafel 33 zeigt die Gestaltung der nach denselben Principien wie bei den Momenten construirten Transversalkraft-Curven, Curve III ist speciell markirt. Endlich ist eine Curve hinzugefügt, deren Ordinaten den Stützdruck in C und D geben, der durch eine im Endpuncte der Abscisse liegende Last erzeugt wird. Fläche F'' , gebe das Maximum der positiven, Fläche $F' + F''$, das der negativen Transversalkraft für eine variable Belastung G per Einheit.

§. 9. Einfluss der Compression. Wird das Sprengwerk nicht als unelastisch angenommen, so ist, wenn der Querschnitt der Streben so gewählt wird, dass ein Ausknicken nicht eintreten kann, zu beachten, dass durch den in C und D auftretenden Stützdruck die Streben auf Druck beansprucht werden und dadurch eine Verkürzung erleiden, die ein gleichmässiges Senken beider Stützen und dadurch eine Veränderung der Seilcurven mit sich bringt.

Die hiedurch an den Mittelstützen auftretenden Momente sind stets negativ, und den Senkungen der Stützen, mithin auch den Stützdrücken proportional.

Dies gestattet eine leichte Berücksichtigung in der Construction.

Gesetzt man habe ohne Beachtung der Compression der Streben nach der eingangs gezeigten Methode die Schlusslinie $\bar{S} \bar{T}$ erhalten. Berechnet oder construiert man die für einen bestimmten Stützdruck D , der beliebig gewählt werden kann, das auf Grund der Compression der Streben entfallende Normalmoment M , welches abhängig vom Querschnitte der Strebe, vom Elasticitäts-Coëfficienten des Materials und von der Länge der Strebe ist, und trägt M als Abscisse, die Grösse $D \frac{l}{a}$ (wobei l die Länge des Endfeldes, a die bei Zeichnung des Seilpolygons gewählte Poldistanz ist) als Ordinate auf, so erhält man eine Gerade Z . Zieht man durch \bar{S} eine Gerade unter 45° bis zum Schnitte mit Z und vom Fusspuncte der Abscisse dieses Durchschnittspunctes eine Parallele zu $\bar{S} \bar{T}$, nämlich $\bar{S} \bar{T}'$, so stellt diese Linie die neue Schlusslinie dar.

Wir schliessen daraus:

Durch die Compression der Streben wird der Druck auf dieselben etwas vermindert. Die durch die Einwirkung des Sprengwerkes in jedem Stütz-

puncte entstehende Reaction ist nicht mehr dem arithmetischen Mittel der Auflagerdrücke für feste Stützen gleich. Der Punct, in welchem das Moment für feste und bewegliche Stützen gleich bleibt, rückt aus der Mitte und näher der Stütze, an welcher bei festen Auflagern die kleinere Reaction entsteht.

Die in den weiteren Paragraphen gezeigten Constructionen modificiren sich sofort für die Berücksichtigung der Compression, wenn man den Punct M' an Stelle von M treten lässt.

§. 10. Mehrfaches System. Die in §. 3 gezeigte Construction lässt sich sofort auf den Fall erweitern, dass man es mit einem Streckträger zu thun hat, der durch zwei oder mehrere Sprengwerke unterstützt wird; wenn man nur wieder die Annahme macht, dass der Streckträger continuirlich sei und die Streben an den Befestigungsstellen charnierförmig verbunden sind. Fig. 14 zeigt die Construction der Endtangenten in den Stützverticalen an das Seilpolygon, beziehungsweise die Seilcurve, bei Berücksichtigung der variablen Höhenlage der Stützen.

Wie in §. 2 lässt sich auch hier zeigen, dass der Einfluss des Sprengwerkes darin besteht, dass die bei gleich hohen Stützpunkten an den gegen die Mitte symmetrisch liegenden Stützen entstehenden Reactionen sich in zwei andere einander gleiche Kräfte verwandeln, von denen jede dem arithmetischen Mittel der beiden ersteren gleich ist.

Construiert man demnach erst die richtige Lage der Endtangenten in den äussersten Feldern (siehe Fig. 14), indem man $\bar{S} \bar{T}$ parallel zu $U V$ macht, so werden hiedurch die Puncte O, P und damit auch $R Q$ fixirt, es muss nun $\bar{K} \bar{L}$ parallel zu $R Q$ werden, wodurch sich auch die Lage der Endtangenten für das Mittelfeld bestimmt.

§. 11. Variabler Querschnitt. Die obengezeigten Constructionen werden, insoweit sie sich auf die Einflussnahme der Veränderungen in der Höhenlage der Stützen beziehen, durchaus nicht alterirt, wenn der Querschnitt des Streckbalkens variabel durchgeführt wird. Die Construction oder Berechnung der Seilcurven für feste Stützen jedoch wird allerdings eine complicirtere, und verweisen wir in dieser Hinsicht auf Winkler's „Aeussere Kräfte“, S. 219.

Ist die Construction für feste Stützen vollendet, so tritt die in §. 3 gezeigte Methode sofort in Kraft.

Von besonderer Wichtigkeit ist bei Rücksichtnahme auf den variablen Querschnitt der Fall, wo der horizontale Balken des Sprengwerkträgers fest durch Dübel oder Zähne mit dem Streckträger verbunden ist. Es ist dann für die Endfelder der einfache Balken des Streckträgers, für die Mitte die Combination beider Balken hinsichtlich des Querschnittes in Betracht zu ziehen. In diesem Falle wäre der Mittelbalken auf zusammengesetzte Festigkeit zu berechnen, da er ausser dem Moment auch noch eine Axialkraft aufzunehmen hat.

§. 12. Systeme, für welche die Theorie noch giltig. Die entwickelte Theorie gilt ohne weiters noch für die in Fig. 16 gezeigte Anordnung, sowie in dem Falle, wenn ein continuirlicher Träger durch ein Balance-Lager unterstützt wird (Fig. 17), da in beiden Fällen die Gleichheit der Reactionen in C und D die Bedingung für die Stabilität der Unterstützung ist.

Auch bei der Combination in Fig. 15 tritt unter der Voraussetzung eines continuirlichen Streckbalkens und Gelenken in $A E F B$ hinsichtlich der Momente die entwickelte Theorie in Kraft. Der Streckbalken hat jedoch noch den bei der Belastung entstehenden Horizontalschub aufzunehmen.

Recensionen.

Oesterreichischer Ingenieur- und Architekten-Kalender für 1877. Herausgegeben von Prof. Dr. R. Sonndorfer. Neunter Jahrgang. Wien, Druck und Verlag von R. v. Waldheim.

Der vorliegende Jahrgang dieses Taschenbuches weist gegenüber seinem Vorgänger manche Veränderungen auf, die demselben zum Vortheil gereichen. So haben z. B. die mathematischen und physikalischen Tabellen, namentlich aber die ersteren, eine zweckentsprechende Erweiterung erfahren. Dasselbe gilt von den beiden Capiteln, die über Mechanik und Maschinenbau handeln, bei deren Durchsicht uns gegenüber dem früheren Jahrgange manche schätzenswerthe Beigabe auffiel.

Den Herren Fachgenossen wird der schon in der vorjährigen Ausgabe versprochene Preistarif für die bei einem Zinshause vorkommenden Arbeiten, welcher nach dem neuen, in dem laufenden Jahre erschienenen Preistarife der Commune Wien bearbeitet ist, sehr willkommen sein, ebenso das Capitel, welches in übersichtlicher Weise solche Daten geordnet enthält, mit deren Hilfe eine leichte Orientirung über sämtliche in Cisleithanien zur Zeit geltende Bauordnungen möglich ist. Der im Vorjahre begründeten Einrichtung folgend, ist die neue Bauordnung für Krain dem Kalender beigegeben.

Unter den hier mitgetheilten, den Ingenieur und Architekten berührenden Gesetzen und Verordnungen, ist als neu hinzugekommen, das Gesetz vom 15. März 1876, betreffend die Steuerbefreiung für Neu-, Zu- und Umbauten, zu nennen.

Wir erklären uns mit der Auswahl und Behandlung des Stoffes im Allgemeinen einverstanden; nur würden wir wünschen, dass in Zukunft für Kubikmeter die vom Gesamt-Ministerium zur ausschliesslichen Anwendung in allen Dienstschriften und Büchern empfohlene Bezeichnung, nämlich km^3 , angewendet werde.

Dass auch dieser Jahrgang, ebenso wie die früheren, sich der Zustimmung der Herren Fachgenossen zu erfreuen haben wird, unterliegt wohl keinem Zweifel.

K.

Fromme's montanistischer Kalender für Oesterreich-Ungarn. 1877. Erster Jahrgang. Redigirt von Victor Wolff, Secretär des Vereines der Montan- und Eisen-Industriellen Oesterreichs. Wien, Druck und Verlag von Carl Fromme.

Zu den vielen bisher erschienenen Taschenbüchern dieser Art gesellt sich nun auch der vorliegende Kalender, welcher sich zur Aufgabe gestellt, „den montanistischen Kreisen ein handsames Nachschlagebuch zu bieten, welches den Besitzer in den gewöhnlichen Hantirungen seines Berufes momentan unterstützen soll“.

In welcher Weise der Herr Verfasser diese Aufgabe gelöst, möge aus dem Folgenden erhellen:

Dem Kalendarium folgen Tabellen zur Vergleichung der metrischen mit den anderen Maassen. Daran reihen sich speciell den Montanistiker interessirende Verordnungen und Instructionen der verschiedenen Ministerien und anderer Behörden, ferner übersichtlich gehaltene Zusammenstellungen, die sich zumeist auf den Personalstand der österreichischen Bergbehörden und Bergämter, sowie der montanistischen Lehr-Anstalten, Vereine und Industrie-Gesellschaften beschränken etc. Den Schluss bilden Formeln und Tabellen aus dem Gebiete der Mathematik, Mechanik, Berg- und Hüttenkunde.

Besondere Erwähnung verdienen noch die ausführlichen Tabellen zur Berechnung der Windmengen nach Prof. v. Hauer.

Wir können es uns nicht versagen, auch hier wieder auf denselben Umstand hinzuweisen, den wir schon bei obiger Besprechung

hervorgehoben. — Auf Seite 34 finden wir zur Erklärung der auf den Seiten 34—40 vorkommenden Abkürzungen die ausdrückliche Bemerkung, dass die hier beliebten abgekürzten Bezeichnungen der metrischen Maasse und Gewichte jene sind, welche das Gesamt-Ministerium zur ausschliesslichen Anwendung in allen Dienstschriften und Büchern im Verordnungswege erlassen hat. Auf den Seiten 78—167 sind aber consequent ganz andere Abkürzungen gewählt. Wir empfehlen diese Bemerkung der freundlichen Berücksichtigung des Herrn Verfassers.

Die Ausstattung des Kalenders ist, ähnlich der vielen in Fromme's Verlag erscheinenden Kalender, eine sehr gefällige.

K.

1. Deutscher Ingenieur-Kalender. Kalender für Strassen- und Wasserbau-Ingenieure. Herausgegeben von A. Rheinhard, Bau-Inspector der kgl. Oberfinanzkammer in Stuttgart. Vierter Jahrgang. 1877.

2. Kalender für Eisenbahn-Techniker. Bearbeitet unter Mitwirkung von Fachgenossen von E. Heusinger v. Waldegg, Oberingenieur und Redacteur des technischen Organes des Vereines deutscher Eisenbahnverwaltungen. Vierter Jahrgang. 1877. Beide: Wiesbaden, C. W. Kreidel's Verlag.

Auch heuer erscheinen diese beiden Kalender in ähnlicher Bearbeitung wie im Vorjahre. Der-Abschnitt über das Massen-Nivellement ist in beiden weggeblieben, hingegen ein Capitel über eiserne Dach-Constructionen neu hinzugefügt. Viele Abschnitte haben eine vortheilhafte Umarbeitung erfahren; so finden wir empirische Formeln zur Dimensionirung von Futtermauern, einen ganz neuen Abschnitt über eiserne Brücken und die Tabelle über Gewölbsdicken, herausgegeben von der k. k. General-Inspection der österreichischen Eisenbahnen, hier mitgetheilt.

Ausserdem wurde im „Deutschen Ingenieur-Kalender“ noch mehreres neu bearbeitet; so wurde das Capitel über Hydraulik durch einen Abschnitt über Wassermessungen, das Capitel über Strassenbau durch einen solchen über Anlage und Unterhaltung städtischer Strassen bereichert. Im Capitel für Wasserbau erscheinen die Abschnitte über Anlage von Mauern gegen Wasserdruck, dann über Fluss-, Uferschutz- und Deichbauten, ferner auch noch die Abschnitte über Tauerei und Anlage von Schiffahrts-Canälen theils erweitert, theils ganz neu hinzugefügt. Letzteres bezieht sich auch auf die Normaltabellen über gusseiserne Flanschen- und Muffenröhren, wie selbe vom Vereine deutscher Gas- und Wasserleitungs-Ingenieure publicirt wurden.

Im „Kalender für Eisenbahn-Techniker“ finden wir die Abschnitte über Fundation, Maschinenbau, Erd- und Böschungs-Arbeiten, Bahnoberbau, Bahnhöfe etc. in zweckdienlicher Weise erweitert. Die Tabellen zur Bestimmung der Flächeninhalte von Damm und Einschnittsprofilen sind weggeblieben, dafür wird aber für diesen Zweck eine Methode empfohlen und auch mitgetheilt, welche schnell eine directe Bestimmung aus dem Längenprofile ermöglicht. Neu hinzugekommen ist ferner noch die Berechnung der Fahrgeschwindigkeit der Locomotiven. Das Capitel: Auszug aus den Grundzügen für die Gestaltung der Haupt-Eisenbahnen Deutschlands nach den Beschlüssen der VII. Eisenbahn-Techniker-Versammlung, sowie die in der Beilage enthaltenen statistischen Zusammenstellungen sind neu redigirt, und die letzteren ausserdem noch durch eine Uebersicht der Locomotiv-, Tender- und Wagenräder, beziehungsweise Satzaxen-Fabriken Deutschlands und Oesterreichs bereichert.

Aus dem Vorangeführten ist wohl ersichtlich, dass die Herausgeber bemüht sind, in jeder Richtung die Brauchbarkeit dieser Taschenbücher für den praktischen Ingenieur zu fördern, und wir können deshalb den verehrten Fachgenossen beide auf das Beste empfehlen. K.

Bau- und Gewerbs-Kalender für das Jahr 1877. Von E. Bardenwerper, Ingenieur. Lahr, Verlag von Moriz Schauenburg.

Dieser Jahrgang unterscheidet sich von seinem unmittelbaren Vorgänger nur dadurch, dass hierin die Tabellen ausschliesslich für Metermaass berechnet erscheinen und nicht auch wie früher für das badische.

Wir erlauben uns demgemäss auf die Besprechung des vorigen Jahrganges zu verweisen.

K.

Fig. 1.

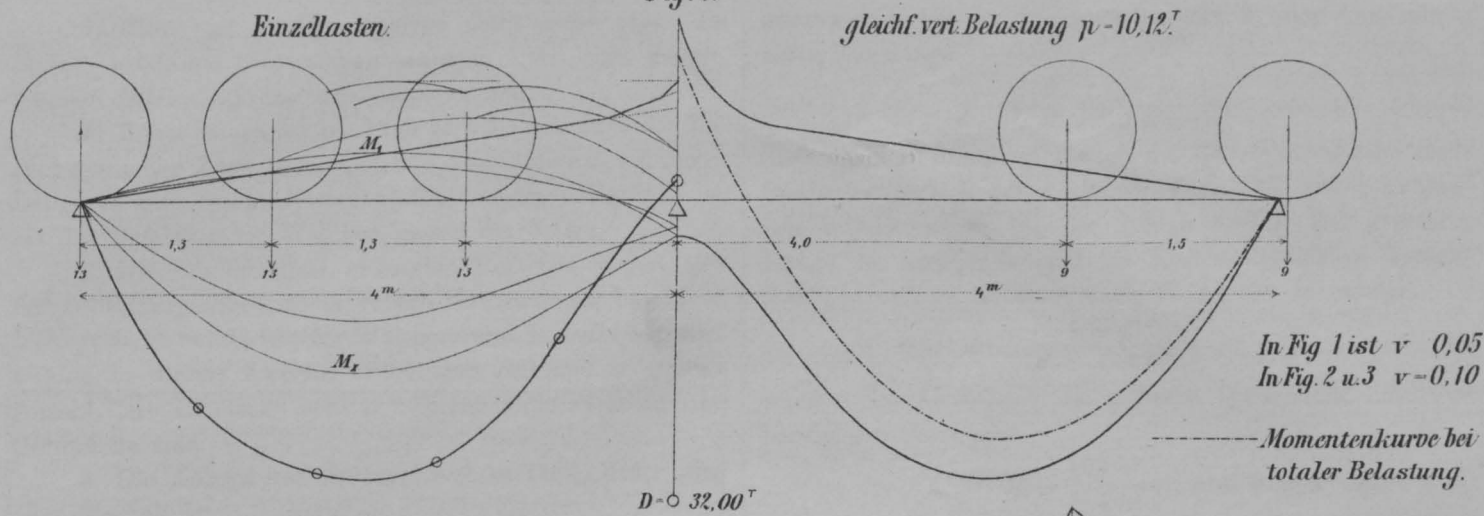


Fig. 2.

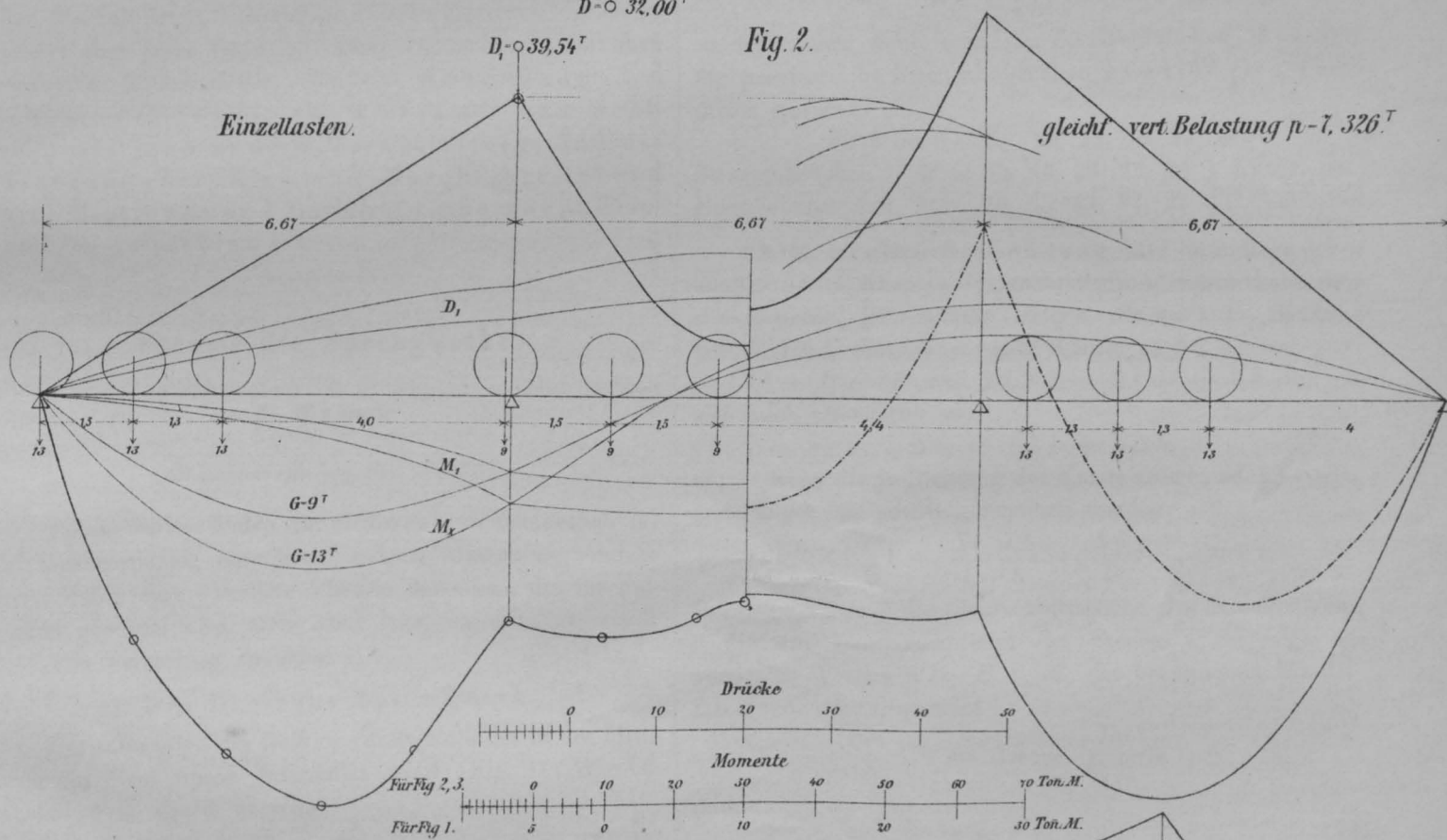
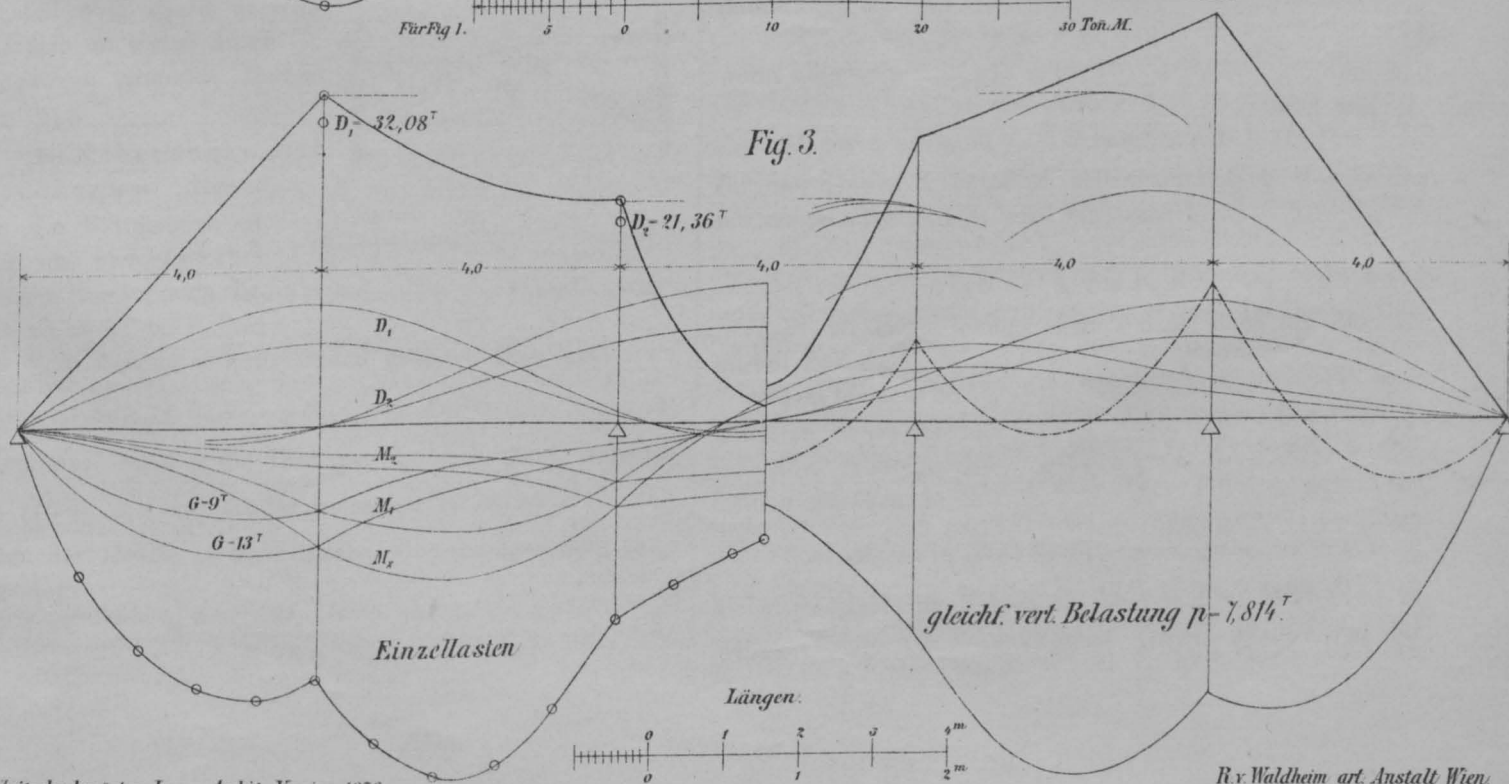
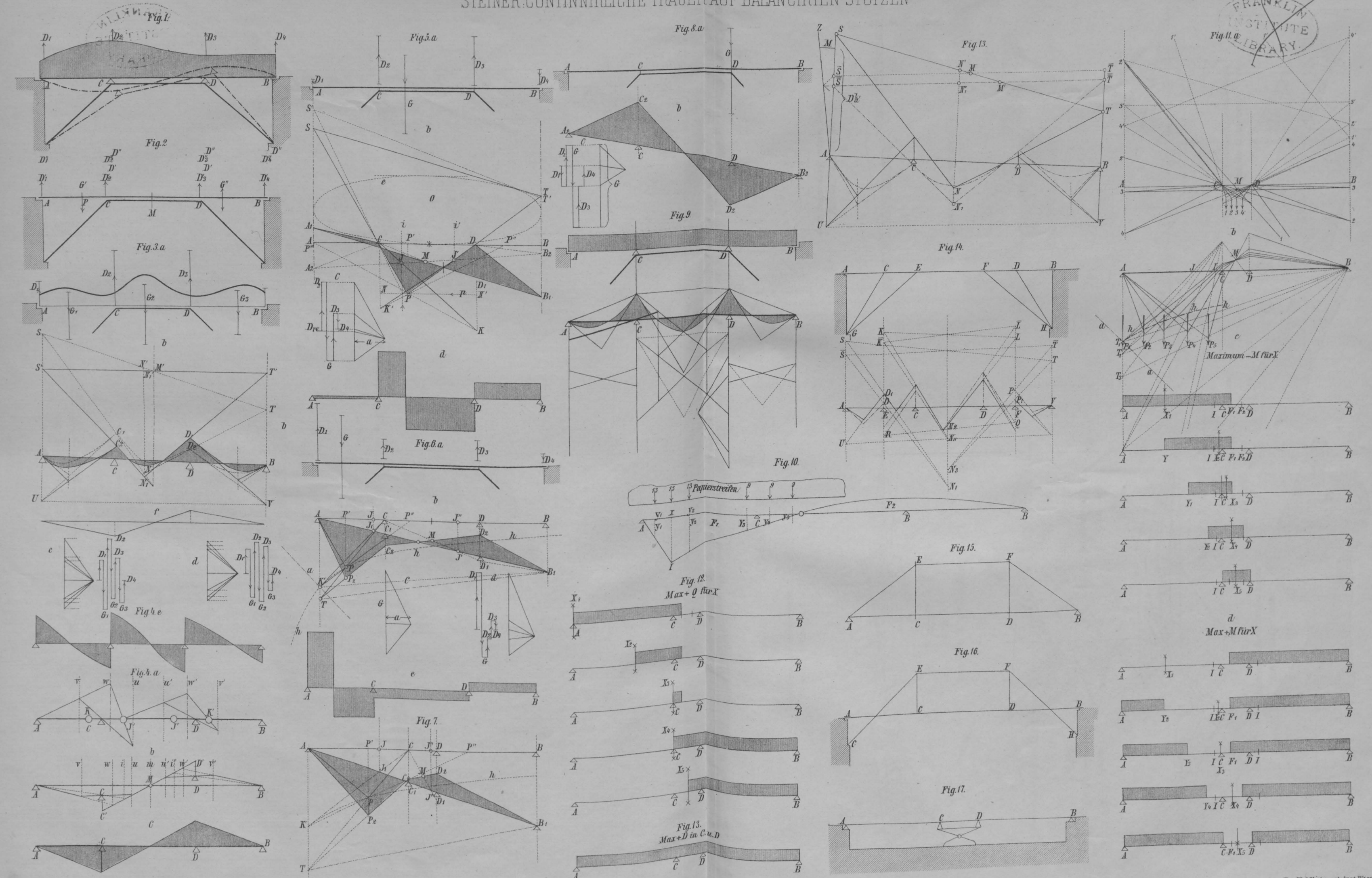


Fig. 3.





BESTIMMUNG DER MOMENTE UND TRANSVERSALKRÄFTE

für einen auf balancirten Mittelstützen ruhenden Streckbalken.

Fig. 1.

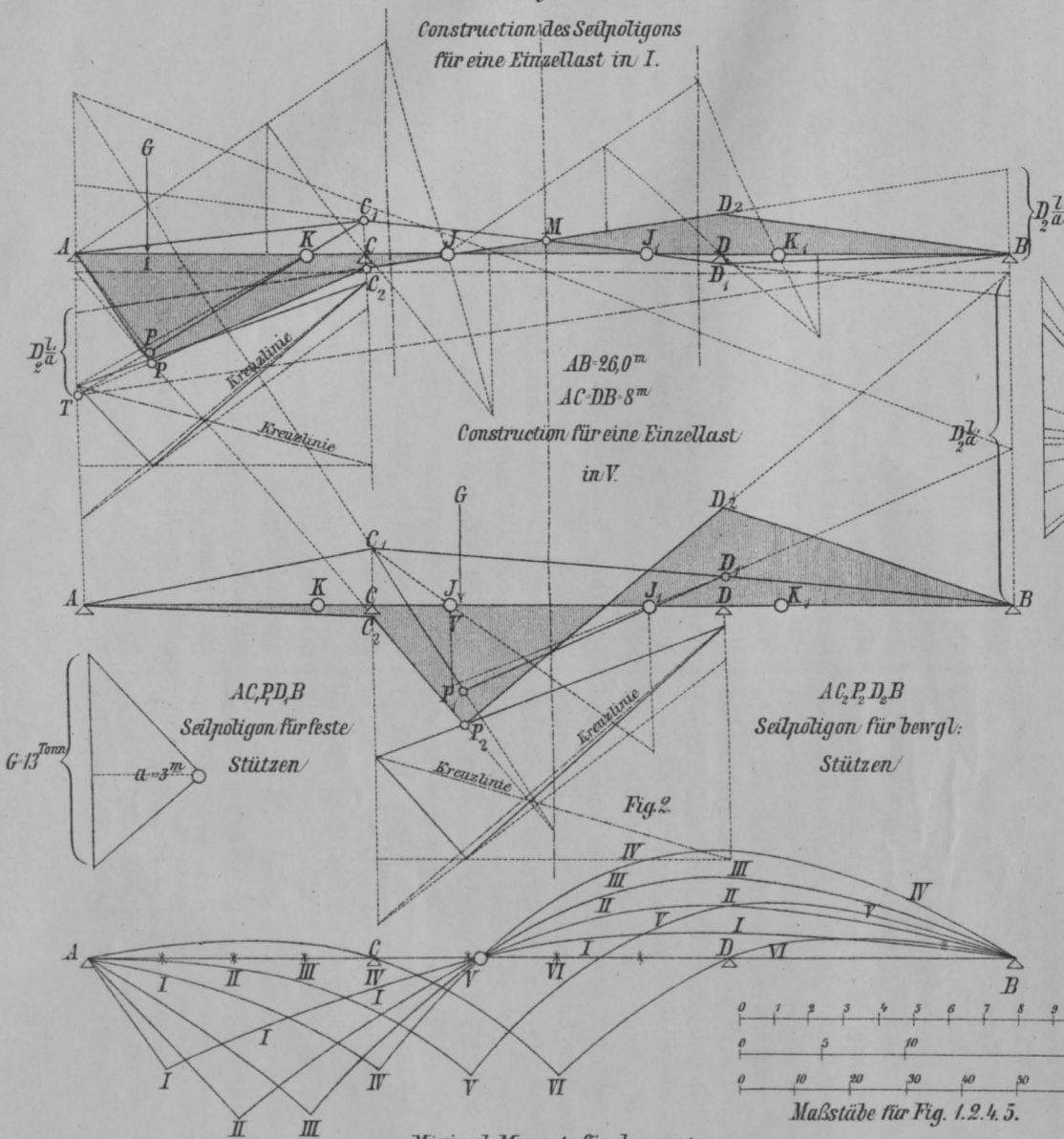
Construction des Seilpolygons
für eine Einzellast in I.Maximal Momente für das unten
dargestellte Last system

Fig. 3.

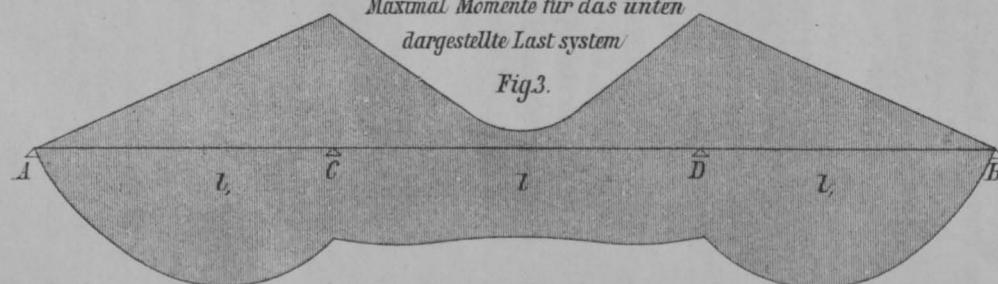


Fig. 4.

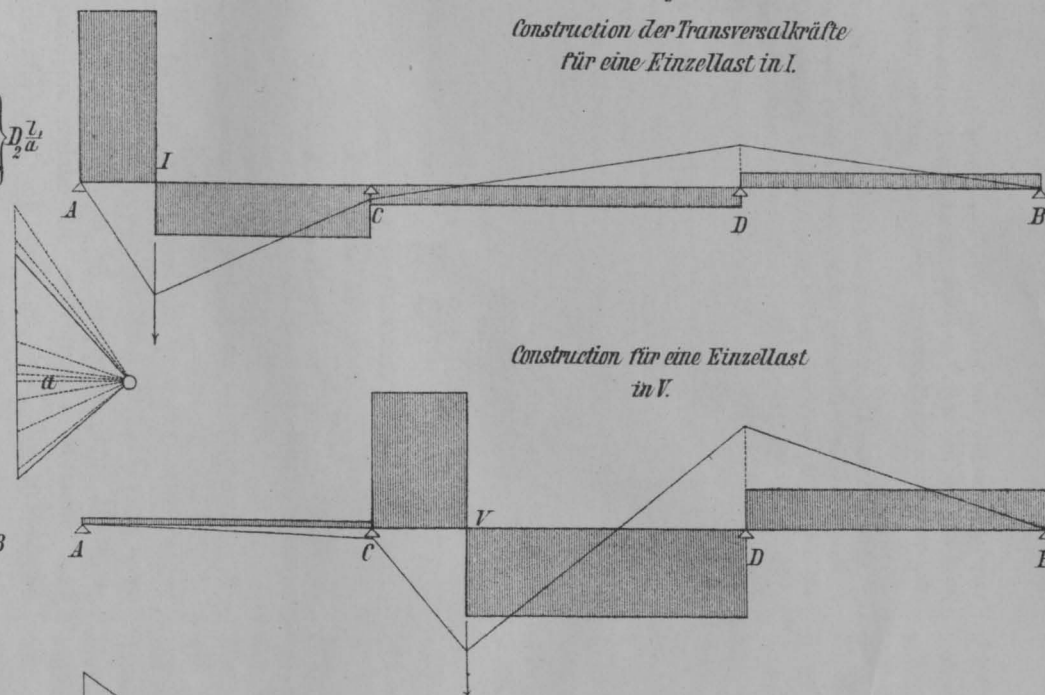
Construction der Transversalkräfte
für eine Einzellast in I.

Fig. 5.

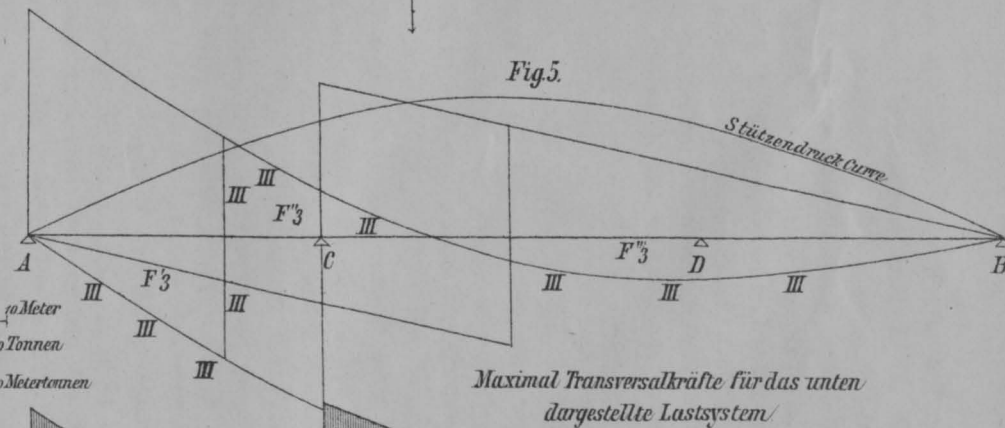
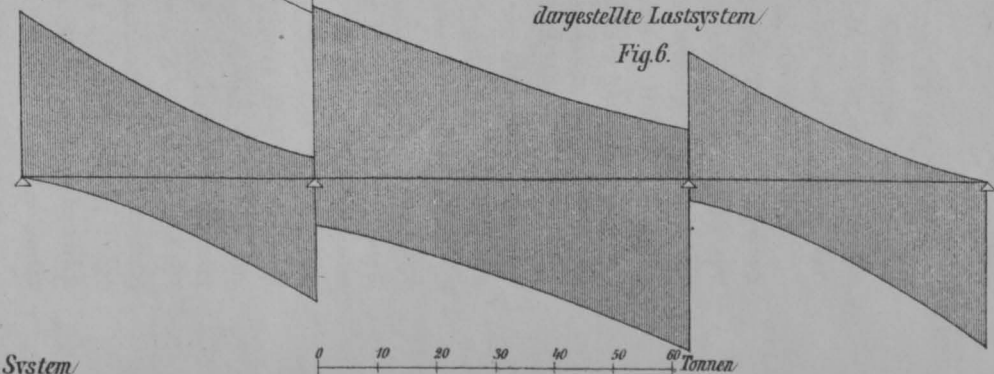


Fig. 6.



Einzellast System

Maßstab für Fig. 6.